

Roman J. Kadaj

PROBLEMATYKA WYZNACZENIA FORMUŁ TRANSFORMACYJNYCH POMIĘDZY UKŁADEM LOKALNYM A UKŁADEM PAŃSTWOWYM

[Publikacja internetowa, www.geonet.net.pl, ALGORES-SOFT, 2002-10-21]

1. Wstęp

Układy lokalne zakładano w Polsce, dla większości aglomeracji miejskich, w celach prowadzenia wielkoskalowych map gospodarczych (zasadniczych, ewidencyjnych), równoległe z funkcjonującym układem państwowym (1942, 1965) jako układem podstawowym dla prac kartograficzno-geodezyjnych. Obok kwestii związanych z utajnieniem lokalizacji obiektów, istotnym celem praktycznym w tworzeniu układów lokalnych było wyeliminowanie potrzeby wprowadzania istotnych redukcji odwzorowawczych obserwacji geodezyjnych (np. w układzie „1965” maksymalne zniekształcenia liniowe wynoszą -20 cm/km), a także redukcji długości n.p.m.

Formalną podstawą do tworzenia układów lokalnych na bazie triangulacji lokalnego znaczenia była Instrukcja Techniczna A VI zalecająca przy tworzeniu układu, stosowanie lokalnego odwzorowania GAUSSA-KRUEGERA z południkiem osiowym przechodzącym przez środek danego obszaru. W rzeczywistości jednak układy lokalne powstawały także jako adaptacje dawnych układów katastralnych (np. Kraków, Tarnów) lub poprzez proste – liniowe - przekształcenie lokalnych współrzędnych układu „1965” (np. Gdańsk), a także przez założenie lokalnej płaszczyzny odniesienia (Rzeszów). Należy nadmienić, że na wielu obszarach Polski południowo-wschodniej ewidencja gruntów jest prowadzona nadal na bazie archiwalnych map katastralnych w skali 1: 2880. Współczesne wyzwania gospodarcze, technologiczne, akces do UE i związany z tym system IACS, wymuszają już niejako na polskiej geodezji nie tylko pełną informatyzację dotychczasowych zasobów kartograficznych, lecz także ich ujednoczenie i podniesienie standardów jakościowych.

W związku z wprowadzeniem (w roku 2000) dla map wielkoskalowych, nowego państwowego układu „2000”, zachodzi potrzeba opracowania dla każdego układu lokalnego jednoznacznych związków transformacyjnych umożliwiających konwersję dotychczasowych zasobów geodezyjno-kartograficznych do układu państwowego. Ponieważ związki pomiędzy układem „1965” a układem „2000” są już „dokładnie” zidentyfikowane i opublikowane, wystarczy w zupełności, by dla każdego układu lokalnego wyznaczyć odpowiednie związki transformacyjne z dotychczasowym układem „1965”. Wówczas również, niejako automatycznie, zostaje określony związek układu lokalnego z układem „2000”, a w ogólności z dowolnym układem kartograficznym zdefiniowanym w nowym, europejskim systemie odniesień przestrzennych ETRS z układem odniesienia ETRF'89 (takimi układami kartograficznymi są np.: jednostrefowy dla obszaru Polski układ „1992” dla map topograficznych, UTM – międzynarodowy układ kartograficzny powstały z odwzorowań GAUSSA-KRUEGERA 6 -stopniowych pasów południkowych).

2. Empiryczne związki transformacyjne pomiędzy układem lokalnym a układem „1965”

Pomimo, że geneza matematyczna układu lokalnego może być poznawalna (np. na podstawie informacji archiwalnych), podstawą do wyznaczenia formuł transformacyjnych

$$(x, y) \text{ lokalne} < == > (x, y) \text{ 1965}$$

powinny być jedynie **punkty dostosowania**, tj. punkty posiadające współrzędne wyznaczone niezależnie w układzie lokalnym i w układzie „1965” (nie powinny być to punkty wyznaczone z wzajemnych transformacji). Zalecenie powyższe wynika z faktu, że faktycznie zrealizowane układy kartograficzne (lokalny, „1965”) nie muszą się pokrywać dokładnie z ich formułami teoretycznymi (układ jest realizowany poprzez osnowy geodezyjne, a te zawierają agregację różnego rodzaju błędów: pomiarowych, obliczeniowych). Ponieważ punkty osnów geodezyjnych są podstawą lokalizacji obiektów geometrycznych na mapie, zatem mapa przenosi wszystkie cechy jakościowe (dokładnościowe) osnowy geodezyjnej. Tak więc, dążąc do optymalnej transformacji obrazów kartograficznych (wektorowych, rastrowych) opieramy się na zbiorach punktów (zwłaszcza punktach osnów geodezyjnych), które te obrazy rzeczywiście reprezentują.

Punkty dostosowania powinny być **rozmieszczone równomiernie** w całym obszarze podlegającym (potencjalnie) transformacji. W szczególności, powinny być rozmieszczone tak, by **punkty skrajne (brzegowe) tworzyły figurę wypukłą obejmująca**

obszar transformowany. Liczebność (gęstość) punktów powinna odpowiadać **gęstości punktów osnowy szczegółowej.** Przykładowo, dla układów lokalnych miast: Łodzi, Krakowa przyjęto po ok. 600 punktów dostosowania.

W celu określenia formuł transformacyjnych pomiędzy układem lokalnym a układem „1965” (w strefie, w której układ lokalny jest położony) przyjmujemy najpierw **ogólny, wielomianowy model matematyczny transformacji,** a następnie - w oparciu o dostępne zbiory punktów dostosowania identyfikujemy jego parametry stosując **zasadę najmniejszych kwadratów.** W tym procesie empirycznym istotną kwestią jest ustalenie optymalnego stopnia wielomianu. W ogólności **stopień ten powinien być wyższy od 1,** ponieważ wynika to już chociażby ze zmienności liniowego zniekształcenia odwzorowawczego układu „1965” (na założenie stałości skali i zastosowanie popularnej transformacji HELMERTA „możemy pozwolić sobie” tylko dla obszarów małych, o rozpiętości nie przekraczającej 5 km – wtedy popełniany błąd systematyczny mieści się w granicach błędów pomiarowych). Z drugiej strony, identyfikowany stopień wielomianu nie powinien być za wysoki, aby model nie aproksymował już lokalnych błędów pomiarowych osnowy. Wymiernym kryterium wyboru stopnia wielomianu jest średniokwadratowa odchyłka współrzędnej na punktach dostosowania lub odpowiadająca średniokwadratowa odchyłka wektorowa punktu (**błąd transformacji**). Kontrolując ten parametr wybieramy **możliwie najniższy stopień transformacji taki,** że jego zwiększenie o 1 nie powoduje już istotnego spadku wartości błędu transformacji. W cytowanych przykładach (Kraków, Łódź) zidentyfikowano odpowiednio 4 i 3 stopień wielomianu, przy podobnych wartościach błędu transformacji 0.03 m. W przykładach tych zastosowano także ograniczenie polegające na założeniu konforemności przekształcenia.

Jeśli z pierwotnych informacji o układzie lokalnym nie wynika inaczej, zważamy ogólność modelu wielomianowego tak, aby zachodziła konforemność wzajemnego przekształcenia płaszczyzn. Założenie konforemności jest uzasadnione (na ogół) tym, że sam układ „1965” powstał z odwzorowań konforemnych elipsoidy KRASOWSKIEGO, natomiast układy lokalne, w których nie stosowano praktycznie redukcji odwzorowawczych, był realizowany niejako naturalnie (empirycznie) w sposób konforemny. Doświadczenia empiryczne na układach lokalnych KRAKOWA i ŁODZI w pełni potwierdzają tę zasadę. Przyjmując analogiczne założenia wyznaczono z kolei formuły transformacyjne dla następujących układów lokalnych: WARSZAWA 25, WARSZAWA75, WROCŁAW-GROMNIK, ZIELONA GÓRA, KOSZALIN, RAUENBERG (TORUŃ), RZESZÓW.

Uściślimu teraz wymienione dwa modele wielomianowe transformacji (ogólny - bez założenia konforemności i konforemny).

Ogólny model wielomianowy przekształcenia płaszczyzn układów odwzorowawczych ma postać:

$$\begin{aligned} X &= \sum_{i,j=0..n} a_{ij} \cdot \underline{x}^i \cdot \underline{y}^j \\ Y &= \sum_{i,j=0..n} b_{ij} \cdot \underline{x}^i \cdot \underline{y}^j \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie a_{ij} , b_{ij} oznaczają niewiadome parametry, zaś \underline{x} , \underline{y} - scentrowane i unormowane argumenty wejściowe takie, że:

$$\begin{aligned} \underline{x} &= (x - x_s) \cdot C & \underline{y} &= (y - y_s) \cdot C \\ x, y &- \text{współrzędne punktu w układzie pierwotnym,} \\ x_s, y_s &- \text{ustalone a priori parametry centrujące,} \\ C &- \text{ustalony a priori faktor skalujący,} \\ X, Y &- \text{współrzędne aktualne.} \end{aligned}$$

Ze względów poprawności numerycznej pożądane jest, by parametry centrujące oraz faktor skalujący były tak wybrane aby w całym obszarze transformacji spełnione były warunki: $|\underline{x}| < 1$ i $|\underline{y}| < 1$. Wybór takich parametrów nie sprawia trudności. Jeśli parametry centrujące są współrzędnymi „środka ciężkości” S układu punktów dostosowania, to za stałą C wystarczy wybrać liczbę $1/D_{max}$, gdzie D_{max} oznacza maksymalną odległość punktu transformowanego od środka S.

Parametry wielomianu można estymować algorytmami metody najmniejszych kwadratów w oparciu o znane współrzędne punktów dostosowania.

Należy wspomnieć, że ogólny model wielomianowy ma zastosowanie m.in. w globalnej korekcie empirycznej układu 1965, umożliwiając eliminację istotnych odchył systematycznych tego układu. Odpowiednie, wielomianowe funkcje korekcyjne wyznaczono dla wszystkich stref tego układu w oparciu o współrzędne punktów I klasy (punkty te wyznaczono zarówno w układzie 1965 jak też w nowym układzie ETRF'89 na elipsoidzie GRS-80 (tym samym także np. w układzie odwzorowawczym 1992). Korekty funkcjonują praktycznie w systemie GEONET_unitrans [© ALGORES_SOFT]. Jak wynika z przeprowadzonych badań, dla różnych stref układu 1965 adekwatne są wielomiany stopnia 5- 7 (zwiększanie stopnia wielomianu nie powoduje istotnego zmniejszenia błędu transformacji przy zachowaniu dostatecznie licznego zbioru punktów dostosowania, co świadczy, że „pozostawione” odchyłki punktów mają już charakter losowy).

Zastosowanie ogólnego modelu transformacyjnego (1) jest uzasadnione także w sytuacji, gdy z góry wiadomo, że co najmniej jeden z układów nie pochodzi z odwzorowania wiernokątnego (dotyczy to często układów lokalnych w konsekwencji z układami państwowymi, które opierają się na odwzorowaniach wiernokątnych).

Kładąc **warunek wiernokątności** przekształcenia, model ogólny (1) możemy ograniczyć do mniejszej liczby parametrów sprowadzając go do postaci **wielomianu zespolonego** (jak wiadomo, ta forma gwarantuje zachowanie wiernokątności przekształcenia):

$$Z = a_0 + a_1 \cdot z + a_2 \cdot z^2 + \dots + a_n \cdot z^n = a_0 + z (a_1 + z (a_2 + z (a_3 \dots + z \cdot a_n))) \quad (2)$$

gdzie:

$$z = (x, y)$$

oznacza argument zespolony (parę liczb) scentrowany i unormowany podobnie jak w przypadku wielomianów ogólnych. Współczynniki wielomianu a_i mają w ogólności postać zespoloną (przechodzą w postać rzeczywistą w przypadku, gdy przekształcenie zachowuje symetryczność względem osi odciętych).

Formuła (2) podobnie jak (1) wyraża oczywiście przekształcenie płaszczyzn:

$$(x, y) \Rightarrow (X, Y) \quad (\text{inaczej: } z \Rightarrow Z)$$

[układ pierwotny] [układ wtórny]

w obecnej postaci jako przekształcenie wiernokątne, z którego w łatwy sposób potrafimy określić składowe pola zniekształceń (elementarna skala liniowa i konwergencja mierząca wzajemne skręcenie osi odciętych).

Wielkości te wyznacza się w prosty sposób z pochodnej przekształcenia jako funkcji zespolonej

$$dZ/dz = (f_x, f_y), \quad (3)$$

$$m = (f_x^2 + f_y^2)^{1/2} \quad (\text{elementarna skala liniowa})$$

$$\gamma = -\arctg(f_y / f_x) = -\arcsin(f_y / m) \quad (\text{konwergencja})$$

Omówione powyżej modele transformacyjne można estymować dla konkretnych układów lokalnych posługując się procedurą **TRANS_xy** (opcjonalnie: **ogólno-wielomianową, konforemną**) w pakiecie **GEONET** [© ALGORES_SOFT]. Analogiczną procedurę konforemną dołączono również do programu **SWDE_konwertor** wykonanego na zlecenie GUGiK w celu konwersji wektorowych map ewidencyjnych zapisanych w formacie **SWDE**, do układu „2000”.

Model przekształcenia wiernokątnego możemy zastosować również przy tworzeniu formuł aproksymacyjnych dla par układów powstałych z odwzorowań wiernokątnych tej samej elipsoidy (przeliczenia współrzędnych pomiędzy sąsiednimi strefami układu).

W systemie **GEONET** [© ALGORES_SOFT] skonstruowano na podobnej zasadzie korekty empiryczne układu „1965”. Zastosowano przy tym (alternatywnie) modele ogólnowielomianowe (lokalnie afiniczne) lub konforemne. Wyznaczono je dla każdej strefy układu „1965” w oparciu punkty dostosowania i klasy państwowej. Umożliwiają one eliminację lokalnych błędów systematycznych rzeczywiście (zrealizowanego przez osnowy) układu „1965” w stosunku do układów nowych („2000”, „1992”). Korekty pierwszego rodzaju wprowadzono również w programie **SWDE_konwertor**.

3. Przykładowy protokół wynikowy (fragmenty) wyznaczenia parametrów transformacji konforemnej stopnia 2 w programie TRANS_XY

Poniżej zamieszczono fragmenty protokołu estymacji parametrów transformacji konforemnej stopnia 2 pomiędzy pewnym układem lokalnym a układem „1965” w strefie 4 (może „straszyć” zbyt przesadna liczba punktów dostosowania – ponad 3000, dająca jednak wysoką niezawodność finalnej formuły transformacyjnej).

TRANSFORMACJA KONFORMNA W SYSTEMIE
c)2000, ALGORES_SOFT s.c.

<GEONET>
www.geonet.net.pl

OBIEKT: c:\UNITRANS\Obiekty\ZIEL
STOPIEŃ TRANSFORMACJI: 2

CHARAKTERYSTYKA ZBIORÓW DANYCH:

Liczba punktów zbioru pierwotnego = 3199
Liczba punktów zbioru wtórnego = 3199
Liczba punktów łącznych(wspólnych)= 3199
Rozciągłość obszaru zbioru punktów łącznych:
Xmax-Xmin = 14618.03 m
Ymax-Ymin = 9289.05 m
Rmax = 15378.47 m
Rsr. = 2803.75 m

PARAMETRY TRANSFORMACJI:

s := 6.50217628111719E-0005; {skala normująca}

Parametry przesunięcia (współrzędne środków ciężkości):

xs1:= 16589.47405; ys1:= 50077.72686; {układ pierwotny}
xs2:= 5657471.02740; ys2:= 3622799.71780; {układ wtórny}

Współczynniki wielomianu zespolonego i błędy średnie:

a[0]:= 2.41378578851335E-0004;
b[0]:= -2.54679639755715E-0005;
a[1]:= 1.53747526753172E+0004;
b[1]:= 2.47358333454308E+0002;
a[2]:= -2.52112917126167E-0002;
b[2]:= -1.75022110433900E-0002;

Wzory transformacyjne (wielomian zespolony stopnia n:

W = c[0] + z*(c[1]+ z*(c[2]+ z*(c[3]+ ..+ z*(c[n-1]+ z*c[n]..)))
c[i]= (a[i], b[i]) - współczynniki zespolone, i=0,1,2,...
z = (u,v) - argument zespolony, u = (x1-xs1)*s, v=(y1-ys1)*s
x1,y1 - współrzędne w układzie pierwotnym, s - skala normująca
W = (x2-xs2, y2-ys2); x2,y2 - współrzędne wynikowe }

ODCHYLEKI, BŁĄD ŚREDNI JEDNOSTKOWY I BŁĄD TRANSFORMACJI:

Wykaz odchyłek na punktach łącznych:

Nr punktu	dx	dy	[x,y dane minus x,y obliczone]
431218	-0.0573	0.0511	
233603	0.0228	-0.0193	
233607	0.0252	-0.0487	
233608	0.0293	-0.0393	
413204	-0.0382	-0.0388	
414250	0.0024	-0.0425	

..... itd

4111798	0.0045	0.0020	
4111799	-0.0017	-0.0026	
4111800	0.0011	0.0038	
4111801	0.0008	0.0021	
4111802	0.0014	-0.0070	
4111803	0.0025	-0.0013	
4111804	0.0073	0.0098	
4111805	0.0029	-0.0002	
4111806	-0.0021	-0.0024	

..... itd

4141248 -0.0105 -0.0152
 4141249 -0.0013 -0.0039
 4141250 0.0009 -0.0063
 4141251 -0.0047 -0.0038
 4141252 0.0020 -0.0016
 4141253 -0.0063 0.0006
 4141254 -0.0065 -0.0046
 4141255 -0.0024 -0.0052
 4141256 -0.0030 -0.0129
 4141257 -0.0037 -0.0148
 4141258 -0.0052 -0.0156
 4141259 -0.0115 -0.0127

..... itd

Sredniokwadratowe odchyłki współrzędnych:

dxs = 0.0050 dys = 0.0088
 Ilosc elementów nadwymiarowych układu lu = 6392
 Bład sredni jednostkowy (dla współrzędnej) mo = 0.0072

Bład transformacji (dla punktu) mt = 0.0101

WYKAZ WSPÓLRZĘDNYCH PO TRANSFORMACJI

Nr punktu	Układ pierwotny		Układ wtórny			mx	my
	x1	y1	x2	y2			
431218	25352.3400	57372.5500	5666113.8873	3630233.2289	0.0015	0.0015	
233603	21085.5600	49471.8900	5661975.4772	3622266.3793	0.0003	0.0003	
233607	19816.5800	46353.9700	5660757.0348	3619129.0087	0.0003	0.0003	
233608	19826.7500	48021.5500	5660740.3807	3620796.2393	0.0002	0.0002	
233609	19492.5200	50633.5400	5660364.2437	3623402.0513	0.0002	0.0002	
234650	21808.7800	52074.0300	5662656.6252	3624879.3508	0.0004	0.0004	
411104	17138.7800	50595.0800	5658011.8443	3623325.7472	0.0001	0.0001	
411106	16561.5900	50172.8400	5657441.6224	3622894.3533	0.0001	0.0001	

..... itd

41110606	16710.6310	49974.5660	5657593.8067	3622698.5372	0.0001	0.0001
41110607	16663.6570	49958.4070	5657547.1070	3622681.6276	0.0001	0.0001
41110608	16663.8710	49957.8020	5657547.3306	3622681.0262	0.0001	0.0001
41110633	16719.1640	49959.7200	5657602.5758	3622683.8330	0.0001	0.0001

OBLICZONE POPRAWKI HAUSBRANDTA, WSPÓLRZĘDNE SKORYGOWANE

Nr punktu	dx	dy	x2(skór)	y2(skór)	mp
431218	-0.0573	0.0511	5666113.8300	3630233.2800	0.0021
233603	0.0228	-0.0193	5661975.5000	3622266.3600	0.0004
233607	0.0252	-0.0487	5660757.0600	3619128.9600	0.0005
233608	0.0293	-0.0393	5660740.4100	3620796.2000	0.0004
233609	0.0063	-0.0213	5660364.2500	3623402.0300	0.0003
234650	0.0048	-0.0008	5662656.6300	3624879.3500	0.0006
411104	0.0057	-0.0372	5658011.8500	3623325.7100	0.0002

..... itd

13162901	-0.0051	0.0018	5653502.0600	3622255.0400	0.0004
13162902	-0.0017	0.0021	5653502.6000	3622254.6900	0.0004
13162903	0.0007	-0.0007	5653473.2600	3622214.5900	0.0004
13162904	0.0021	-0.0003	5653473.8000	3622214.2400	0.0004
13162905	0.0002	0.0013	5653452.0500	3622186.0300	0.0004
13162906	0.0004	0.0007	5653452.5800	3622185.6700	0.0004
13162933	0.0004	0.0038	5653464.2700	3622189.3700	0.0004
13163644	-0.0068	-0.0067	5653580.7000	3623618.9700	0.0004

..... itd

34116633	-0.0014	-0.0102	5660804.8200	3624944.7500	0.0004
34121101	-0.0019	-0.0052	5660846.9100	3625094.0200	0.0004
34121102	0.0006	-0.0078	5660847.4500	3625094.3600	0.0004
34121103	-0.0007	-0.0063	5660845.6100	3625134.1300	0.0004
34121104	0.0031	-0.0065	5660845.1300	3625134.5500	0.0004
34121105	0.0022	-0.0058	5660830.7400	3625180.6600	0.0004
34121107	0.0002	-0.0075	5660891.0700	3625221.1300	0.0004
34121108	0.0022	-0.0084	5660890.7600	3625221.6900	0.0004

..... itd

34121605	-0.0021	-0.0104	5660687.3500	3625212.9500	0.0004
----------	---------	---------	--------------	--------------	--------

```

34121606 0.0000 -0.0141 5660687.8300 3625212.5200 0.0004
34121633 0.0013 -0.0087 5660754.7000 3625258.4600 0.0004

41110404 -0.0020 -0.0009 5658363.5200 3623230.5600 0.0002
41110405 0.0011 -0.0049 5658320.2400 3623222.3600 0.0002

```

..... itd

----- geonet_w-----

4. Przykładowe pliki parametrowe umożliwiające transformacje pomiędzy układem lokalnym a układami państwowymi (pliki wykorzystywane w programach: GEONET_unitrans, SWDE_konwertor)

Poniżej podano przykładowe pliki parametrowe (standardowa nazwa pliku: **par.lok**) służące do bezpośrednich przeliczeń współrzędnych pomiędzy danym układem lokalnym a układami państwowymi w cytowanych programach (program SWDE_konwertor realizuje konwersję mapy ewidencyjnej zapisanej w formacie tekstowym SDWE). Konstrukcja pliku parametrowego oparta jest na transformacji wiernokątnej. Parametry są „pobierane” z protokołów, którego przykład zamieszczono w p. 3. Pełny zbiór parametrów w pliku **par.lok** wymaga wykonania transformacji w dwóch „kierunkach”: **xy65 => xy_lok** oraz **xy_lok => xy65**

Przykład pliku **par.lok** dla układu lokalnego miasta Krakowa:

```

-----
KRAKÓW = nazwa układu
1      = numer strefy układu 1965
4      = stopień wielomianu
5403753.61418 4557547.72030  współrzędne środka w układzie 1965
-30499.58245 291170.64554 " " " lokalnym
0.5E-04 = skala normująca dla transformacji xy65=> xy_lok
-0.00344 0.02510 = (a0 , b0) parametry
-19988.03650 -787.46628 = (a1 , b1) wielomianu
-0.16910 0.21915 = (a2 , b2) zespolonego
0.01626 -0.01319 = (a3 , b3) stopnia n = 4
-0.05485 0.01096
0.5E-04 = skala normująca dla transformacji odwrotnej
-0.00245 0.02521 = (a0 , b0) parametry
-19980.95793 787.18741 = (a1 , b1) wielomianu
-0.14201 0.23743 = (a2 , b2) zespolonego
-0.01398 0.01558 = (a3 , b3) stopnia n = 4
-0.05160 0.02146 = (a4 , b4)
-----

```

Przykład pliku **par.lok** dla układu lokalnego miasta Łodzi (układ ŁAM):

```

-----
ŁÓDŹ = nazwa układu
1     = numer strefy
3     = stopień wielomianu
5595135.1707 4525205.3608 : współrzędne 1965 środka układu
50000.0000 50000.0000 : współrzędne lokalne środka układu
6.0e-5 = skala normująca dla transformacji xy65 => xy_lok.1
0.00000 0.00000 = ( a0 , b0 ) "
16663.47490 -367.83707 = ( a1 , b1 ) "
-0.21675 -0.17077 = ( a2 , b2 ) "
-0.02158 -0.02010 = ( a3 , b3 ) "
6.0e-5 = skala normująca dla transformacji xy_lok => xy65.1
0.00000 0.00000 = ( a0 , b0 ) "
16661.74009 367.79877 = ( a1 , b1 ) "
0.20495 0.18470 = ( a2 , b2 ) "
0.01972 0.02192 = ( a3 , b3 ) "
-----

```

Analogiczne pliki parametrowe służą do bezpośredniej konwersji map wektorowych przy wykorzystaniu specjalnych aplikacji dla środowisk: MICROSTATION i AutoCAD.

5. Zastosowania specjalne

Na zakończenie podaję fragmenty opracowania naukowo-technicznego w ramach pracy badawczej realizowanej przez MGGP s.a. w Nowym Sączu, której celem było opracowanie technologii modernizacji ewidencji gruntów i budynków na terenach gdzie funkcjonują mapy katastralne w skali 1:2880, z wykorzystaniem metod fotogrametrii cyfrowej.

.....

Zasady wyznaczania empirycznych formuł transformacji współrzędnych pomiędzy dawnym układem katastralnym a układem państwowym „1965” na przykładzie wybranych obiektów w gminie Poronin

1. Sformułowanie problemu

Generalnym celem tematu badawczego jest opracowanie wytycznych technicznych dla technologii modernizacji ewidencji gruntów i budynków na obszarach Polski południowej, gdzie – poza istniejącą nową częścią opisową (w MSEG 3.0) – część graficzna opiera się na archiwalnych mapach katastralnych w skali 1:2880 (wtórniki map katastralnych zaadoptowano do celów ewidencji w roku 1967). Efektem modernizacji mają być mapy numeryczne wykonane w aktualnie obowiązującym jeszcze układzie państwowym „1965” (ewentualne przejście do innych układów współrzędnych, na przykład do układu „2000” jest już dziś standardowym zadaniem kartografii numerycznej – jednoznaczne algorytmy podane są w nowych Wytycznych Technicznych G-1.10).

Zakłada się, że w technologii modernizacji ewidencji, obok zeskanowanych wtórników map katastralnych (zapisanych w postaci rastrowej) oraz części opisowej ewidencji, możliwe będą do wykorzystania następujące materiały lub zbiory informacji:

- Zdjęcia lotnicze z roku 1981 w skali 1:5000 i wykonane z tych zdjęć ortofotomapy w układzie „1965”, rejestrujące stan faktyczny podziałów gruntowych, tj. granic władania i granic użytków (umożliwiający ich weryfikację ze stanem ewidencyjnym). Podkład ortofotomapy uzupełniony o treść pozyskaną z rastrow map katastralnych stanowiłby więc podstawę do wykonania poprawnych pod względem kartograficzno-numerycznym map ewidencyjnych w układzie „1965”
- Punkty osnów geodezyjnych oraz punkty sytuacyjne z operatów jednostkowych (podziałów, rozgraniczeń), z których część posiada współrzędne zarówno w układzie katastralnym jak też w docelowym układzie „1965”.

Z punktu widzenia kartografii numerycznej jest oczywiste, że dla poprawnego wykonania zadania musimy w pierwszej kolejności dążyć do ustalenia matematycznych formuł transformacji pomiędzy układem katastralnym, w którym wykonane były mapy archiwalne, a układem „1965” (lub innym), w którym funkcjonuje państwowa osnowa geodezyjna (jest to również warunek poprawnego – zgodnie ze sztuką geodezyjną – funkcjonowania przyszłego katastru).

Znajomość odpowiednich formuł matematycznych pozwoli bowiem na odpowiednie przekształcenie obrazów rastrowych z układu katastralnego do układu „1965” i realizację dalszej części technologii prowadzącej do wykonania numerycznej mapy ewidencyjnej w układzie „1965”. Powstaje oczywiście problem sposobu pozyskania takich formuł, a przy tym niepewność co do jakości (regularności) realizacji dawnego układu katastralnego (fizyczna realizacja układu następuje poprzez osnowy geodezyjne, a te są obciążone błędami pomiarów i obliczeń). Oprócz kwestii osnów wyższych rzędów, wiadomo na przykład, że mapy katastralne były tworzone głównie metodą stolikową, a to określa już pewien poziom lokalnych błędów mapy, o charakterze przypadkowym, które są już jej stałą cechą jakościową nie dającą się poprawić przez numeryczne przetworzenia. Powyższe kwestie były przedmiotem analiz (głównie na bazie ortofotomapy) i wniosków dotyczących przewidywalnych efektów jakościowych proponowanej technologii.

Aktualnie, w zasobach państwowej służby geodezyjno-kartograficznej, nie istnieją dane numeryczne, które pozwalałyby na bezpośrednie przeliczanie analityczne punktów z dawnych układów katastralnych do aktualnych układów państwowych (lub odwrotnie). Jedynym sposobem utworzenia potrzebnych formuł transformacyjnych są metody empiryczne wykorzystujące punkty dostosowania (punkty posiadające współrzędne w obu układach). Istotnym elementem takiego podejścia jest również wybór modelu transformacji, na co składa się:

- ograniczenia dotyczące rodzaju dopuszczalnych zniekształceń obrazu względem układu pierwotnego (afiniczność, konforemność),
- stopień wielomianu funkcji przekształcenia.

Wiadomo, że aktualnie obowiązujące układy („1965”, „2000”, „1992”) cechują się konforemnością odwzorowania powierzchni elipsoidy. Niezależnie od własności odwzorowania przyjętego w układzie katastralnym, możemy założyć, że układ ten, co najmniej w ograniczonych obszarach lokalnych był realizowany w sposób naturalny wiernokątnie, bowiem istotnym elementem

kształtującym geometrię układów pomiarowych były kąty (klasyczną konstrukcją sieci wyższych rzędów stanowiły triangulacje). Pomijając mało istotną w tym przypadku kwestię różnych elipsoid odniesienia możemy przyjąć tezę, że zasadnicze wzory transformacyjne pomiędzy układami powinny się opierać na założeniu wierności.

W kwestii doboru stopnia wielomianu transformującego musimy uwzględnić fakt, że - niezależnie od cechy wierności odwzorowań - elementarna skala liniowa nie jest wielkością stałą. Istotna zmiana tej skali może następować już na odcinkach kilkukilometrowych. Z powyższego względu należy z zasady wykluczyć możliwość stosowania popularnej, wiernokątnej transformacji *Helmerta* jako przekształcenia liniowego.

Jako minimalny stopień transformacji należy więc przyjąć: 2.

Powyższe uwagi syntetyzują się w konkretny program wyznaczenia poszukiwanych formuł transformacji pomiędzy układami.

2. Estymacja formuł transformacyjnych pomiędzy układem katastralnym a układem „1965”

W oparciu o wstępną analizę zadania i dostępne materiały przyjęto następujące etapy postępowania związane z identyfikacją (estymacją) formuł transformacyjnych pomiędzy układami:

- ETAP 1: Rektyfikacja wtórników map katastralnych ze względu na deformacje arkuszy względem ich wymiarów i kształtów nominalnych (kalibracja rastrów na formaty zdefiniowane przez nominalne wymiary i kształty arkuszy map). Ten wstępny etap przetworzenia rastrów oryginalnych rastrów map jest bardzo istotny ze względu na eliminację błędów systematycznych wywołanych deformacją dawnych materiałów kartograficznych i odtworzenie w układzie map faktycznego układu prostokątnego, założonego przy tworzeniu map. Ponieważ nominalne wymiary arkuszy są znane (po przeliczeniu z cali na jednostki metryczne), więc wykonanie zadania jest jednoznaczne. Pewne problemy mogą pojawić się w przypadku uszkodzeń fizycznych arkuszy. Wtedy alternatywą pozostają inne, definiowane punkty ramki arkuszy.

- ETAP 2: Wyznaczenie przybliżonych formuł transformacji pomiędzy układami w oparciu o zachowane punkty osnow, posiadające współrzędne w obu układach lub w oparciu o inne punkty pozyskane z operatów jednostkowych (rozgraniczenia, podziały),

a także w oparciu o bezpośrednie pomiary w terenie mające na celu wyznaczenie współrzędnych wybranych punktów sytuacyjnych w układzie „1965” poprzez nawiązanie się do istniejącej osnowy geodezyjnej.

Na podstawie przeprowadzonych testów na obiektach gminy Poronin wnioskuje się, by na tym etapie, wykorzystując wymienione punkty dostosowania, wyznaczyć parametry możliwie prostej transformacji konforemnej (Helmerta lub wielomianowej stopnia $n=2$). Wyznaczone parametry transformacji (przybliżonej) posłużą z kolei do wstępnego przeliczenia narożników arkuszy map do układu „1965” i wykonania (także wstępnej) kalibracji rastrów w tym układzie. Uzyskanie przybliżonych obrazów map katastralnych w tle warstw ortofotomapy ma na celu wspomoczenie poprawnego wykonania etapu 3, w którym najważniejszym zadaniem będzie identyfikowanie tych samych punktów sytuacyjnych (na obrazie mapy katastralnej oraz na ortofotomapie). Nałożenie obu obrazów (jakkolwiek tylko przybliżone) pozwoli uniknąć wielu błędów grubych (omyłek identyfikacji). Zadanie to wykonano z powodzeniem na obiektach doświadczalnych.

- ETAP 3: Identyfikacja punktów sytuacyjnych (głównie trójmiedz) na obrazie mapy katastralnej i ortofotomapy z pomiarem współrzędnych w obu układach (katastralnym i „1965”) i ostateczne wyznaczenie formuł transformacji. Zakłada się, że podstawą wykonania ostatecznej estymacji formuł transformacji pomiędzy układami będzie masowy zbiór punktów sytuacyjnych jako punktów dostosowania, przy założeniu, że punkty te są rozmieszczone równomiernie w obszarze całego obiektu, a przede wszystkim na jego obrzeżach. Z doświadczeń zebranych na obiekcie pilotowym w gminie Poronin wynika, że wystarczająca do opisywanego celu liczba punktów powinna wynosić od kilkudziesięciu do kilkuset punktów na arkusz. W tej liczbie dopuszcza się oczywiście przypadki błędów grubych lub tzw. elementów odstających, które powinny być wykluczone z ostatecznej estymacji.

3. Wnioski

Z doświadczeń na obiektach pilotowych w gminie Poronin można sformułować następujące wnioski:

- W obszarze o rozciągłości nie przekraczającej 10km wystarczającym modelem matematycznym transformacji jest przekształcenie wiernokątne stopnia drugiego. Można je zapisać ogólnie za pomocą funkcji wielomianu zespolonego stopnia $n=2$:

$$Z = a_0 + a_1 \cdot z + a_2 \cdot z^2$$

gdzie $Z = (X, Y)$ jest przekształconym punktem w układzie „1965” (wtórnym), a_0, a_1, a_2 - zespolone parametry wielomianu (pary liczb - współczynników transformacji), z - scentrowane względem środka ciężkości obszaru i unormowane parametrem skalującym współrzędne pierwotne (katastralne):

$$z = (x - x_0) \cdot \alpha \quad \bar{z} = (y - y_0) \cdot \alpha$$

(x, y) - współrzędne punktu w układzie katastralnym, (x_0, y_0) - współrzędne ustalonego punktu centrującego (może to być np. środek ciężkości układu wszystkich punktów transformowanych), α - faktor skalujący taki, że $\|z\| < 1$. Podwyższenie stopnia wielomianu nie powoduje istotnego zmniejszenia odchyłek transformacji i samego błędu transformacji. Z drugiej strony, obniżenie tego stopnia do transformacji liniowej (Helmerta) powoduje istotny wzrost błędu zwłaszcza na brzegach obszaru.

- Uzyskane odchyłki współrzędnych punktów dostosowania względem tego modelu transformacji wiernokątnej stopnia $n = 2$, kształtują się na poziomie 1-3m. Sporadycznie większe odchyłki wynikają z identyfikacji punktów ale istotny składnik błędu ma jednak genezę pierwotną (pochodzi z różnorodnych czynników zakłócających w procesie tworzenia mapy metoda stolikową), zaś niewielki stosunkowo składnik tego błędu rzędu 0.20 – 0.30 m może pochodzić od czynności związanych z kalibracją arkuszy rastrów do wymiarów nominalnych (1 ETAP). Błędy z tytułu budowy modelu fotogrametrycznego szacuje się natomiast na poziomie przeciętnym nie przekraczającym wartości 0.10m

- Błąd transformacji odnosi się do typowego punktu dostosowania. Nie dotyczy natomiast dokładności względnej pary bliskich sobie punktów transformowanych, która jest istotnie wyższa, rzędu dokładności względnej pomiarów sytuacyjnych metodą stolikową.

Wynika stąd wniosek, że w opisywanej technologii przetworzenia map katastralnych możemy się spodziewać zachowania lokalnego kształtu i wymiarów obiektów geometrycznych mapy (działek). Trudniej będzie natomiast wyeliminować efekt lokalnych przesunięć lub skręceń pewnych podobszarów, które mogą osiągać liniowo wartości kilkumetrowe. W takiej sytuacji można zalecać opracowanie specjalnej metody eliminacji tych zniekształceń przy wykorzystaniu narzędzi programistycznych obsługujących raster (kalibracje dodatkowe wskazanych obszarów lokalnych).

- Opracowana metodologia przetworzenia archiwalnych map katastralnych, ze względu na wymienione jej cechy jakościowe, nie musi stanowić finalnego produktu numerycznej mapy ewidencyjnej, lecz może mieć znaczenie przejściowe w procesie sukcesywnej aktualizacji tej mapy. Ważnym i z pewnością opłacalnym efektem jest przejście z całym archiwalnym zasobem kartograficznym do układu, w którym funkcjonują osnowy geodezyjne. Bez tego statusu mapy nie jest możliwe poprawne funkcjonowanie katastru oraz budowanie i integrowanie zadań nowoczesnego SIT. Aktualizacja takiej mapy nie musi być procesem natychmiastowym, lecz może być rozłożona w czasie, w zależności lokalnych prac związanych z rozgraniczeniami i podziałami. Ważne jest to, że proces taki będzie realizowany w oparciu o jednolitą osnowę geodezyjną. Wprowadzanie zmian do części graficznej ewidencji powinno być oparte na specjalnym oprogramowanym algorytmie, zakładającym minimalną deformację obiektów geometrycznych bezpośrednio sąsiadującym z obiektem aktualizowanym.

W konkluzji można stwierdzić, że proponowana technologia jest ekonomicznie racjonalna i technicznie uzasadniona. Przy wykorzystaniu dostępnych zdjęć i tanich opracowań fotogrametrycznych pozwala w znacznym stopniu przyspieszyć prace dotyczące części graficznej ewidencji gruntów na znacznych obszarach południowej Polski. Nawet jeśli nie będzie to produkt o ostatecznie pożądanym cechach jakościowych, otwiera już prostą drogę do takiego celu. Inne rozwiązania nie wydają się dziś realne ze względów ekonomicznych.