

Problematyka obliczeniowa poziomych osnów szczegółowych III klasy oraz osnów pomiarowych w układzie 2000

[połączone części I – VIII pod skróconym tytułem: OSNOWY w 2000; zawiera treści dydaktyczne dotyczące obliczeń sieci w systemie GEONET]

Publikacje internetowe na stronie: www.geonet.net.pl , ALGORES-SOFT, z lat 2003-2004

(część I 2003-11-03)

1. Wstęp

Nie trzeba specjalnie uzasadniać, że warunkiem poprawnego tworzenia i aktualizacji wszelkich opracowań kartograficznych (mapy zasadniczej lub katastralnej) w nowym układzie „2000” jest utworzenie w tym układzie – równie poprawnej – bazy osnów geodezyjnych. Osnowa jest bowiem podstawą wszelkiej działalności „przestrzennej”, czyli działalności geodety.

Wiadomo, że czterostrefowy układ „2000” pozostaje w ścisłym matematycznym związku z jednostrefowym układem „1992” lub dowolnym innym układem zdefiniowanym jako matematyczne odwzorowanie elipsoidy **GRS-80** (w nowym **europejskim systemie odniesień przestrzennych - ETRS**). Dlatego, dążąc docelowo do układu „2000”, możemy - równoważnie w skutkach - realizować wszelkie procesy obliczeniowe sieci np. w układzie „1992”. Końcowe rezultaty przeliczone matematycznie do układu „2000” powinny być identyczne (z dokładnością do błędu zaokrąglenia) z wynikami jakie otrzymalibyśmy bezpośrednio w układzie „2000”. Mówiąc bardziej ogólnie, wyrównanie sieci możemy przeprowadzić w dowolnej, pomocniczej przestrzeni matematycznej, byleby była ona jednoznacznie przekształcalna na przestrzeń użytkową – w naszym przypadku układ „2000”. Tak więc, zamiast wyrównywać sieci bezpośrednio w układzie „2000” możemy to dokonać w układzie „1992”. Takie podejście jest korzystne zwłaszcza wtedy, gdy opracowywany obiekt (sieć) leży na granicy dwóch stref - w układzie „1992” (jednostrefowym) znika ten problem. Po wtóre, należy podkreślić, że osnowy poziome klasy I + II były opracowywane pierwotnie w układzie „1992”, a odpowiadające zbiory punktów w układzie „2000” utworzono później drogą transformacji. Transformacji nie podlegały jednak kąty kierunkowe na punkty kierunkowe oraz elementy siatek zespołów stabilizacyjnych (przekształcenie kątów kierunkowych może być wykonane dodatkowo np. programem **MIRA** – zob. **geoinformacje**), pozostawiając do zadanie do odrębnych zleceń. W układzie „1992” są więc dostępne bezpośrednio kompletne zbiory danych dotyczące punktów kierunkowych, ekscentrów, siatek przeniesienia współrzędnych. Aby uzyskać analogiczne elementy w układzie „2000” należy wykonać dodatkowe przeliczenia.

W niniejszym opracowaniu ujęto kilka praktycznych uwag związanych z numerycznym opracowaniem osnów w układzie „2000”. Pomimo, że prace z tego zakresu zostały już częściowo zrealizowane, tematyka przeliczenia osnów geodezyjnych do układu „2000” będzie z pewnością jeszcze aktualna dla wielu starostw powiatowych.

Osnowy szczegółowe III klasy, w zależności od wielkości obszarowej powiatu i stopnia zainwestowania powierzchni, zawierają od kilku do kilkudziesięciu tysięcy punktów. Ścisłe wyrównanie całości sieci dla każdego powiatu można zrealizować w sposób jednoczesny, bez podziału na grupy, na co pozwalają dostępne narzędzia programistyczne (np. system **GEONET**). Ze względu na związki obserwacyjne z sieciami powiatów sąsiednich, a co za tym idzie – konieczność uzgodnień współrzędnych wspólnych punktów osnowy III klasy, a w dalszej kolejności – także punktów granicy administracyjnej, należy przewidzieć powiększenie zasięgu osnowy, co najmniej do najbliższych – poza granicą powiatu – punktów klasy I + II, z uwzględnieniem zarówno punktów macierzystych jak też zespołów stabilizacyjnych i punktów kierunkowych.

2. Ogólna klasyfikacja i ocena metodologii obliczeniowych

W zasadzie możliwe są dwie drogi postępowania dotyczące utworzenia bazy osnów w układzie „2000” (w zakresie możliwości praktycznej realizacji opieram się na narzędziach systemu **GEONET**) :

- Poprzez **proces ścisłego wyrównania sieci** w układzie w układzie „2000” , „1992”, **UTM** lub wprost na elipsoidzie **GRS-80** (w układzie współrzędnych geodezyjnych **B, L**) - transformacja wyników z jednego układu na drugi, w ramach tej samej elipsy odniesienia, jest już zadaniem czysto matematycznym (nie dotyczy to przejścia z układów współrzędnych innych systemów, jak np. z układu „1965”, gdyż wiązałoby się to na ogół z istotną propagacją błędów starego systemu, w tym osnów nawiązawczych I + II klasy).
- Poprzez **transformację** osnowy z układu „1965” lub lokalnego (z wykorzystaniem optymalnych korekt globalnych – strefowych i lokalnych układu „1965”, opartych na punktach dostosowania klasy wyższej).

Dla osnów klasy III, jeśli warunki materialne na to pozwalają (fizyczne istnienie zbiorów danych, z zasobów archiwalnych lub z nowych pomiarów modernizacyjnych sieci), wybieramy zazwyczaj metodologię pierwszą, prowadzącą do uzyskania wyników, o oczekiwanych dla klasy III walorach dokładnościowych i niezawodnościowych (por. Wytyczne Techniczne G-2.5).

Metodę transformacyjną, zwykle kilkakrotnie tańszą, preferuje się natomiast w odniesieniu do osnów pomiarowych (przy okazji dokonuje się też transformacji współrzędnych płaskich reperów osnowy wysokościowej). Należy podkreślić, że ta metodologia, niezależnie od sposobu eliminacji „dystorsji” globalnych i lokalnych układu „1965” i niezależnie od rzeczywistej dokładności produktów finalnych niesie za sobą niebezpieczeństwo powielenia różnych błędów (omyłek) jakie mogą mieć miejsce w istniejącym banku osnów w układzie „1965” lub lokalnym. Dlatego przy korzystaniu z metody transformacyjnej, zwłaszcza dla osnów klasy III, należy przewidzieć przeprowadzenie różnych diagnostyk kontrolnych. Możliwe sposoby (systemy) kontroli danych omówimy w rozdziale dotyczącym metody transformacyjnej.

3. Przygotowanie zbiorów danych do wyrównania sieci – zasady ogólne.

Proces obliczeniowo – wyrównawczy sieci o wielu tysiącach punktów jest zadaniem przetwarzania masowego, wymagającego szczególnej staranności i możliwie optymalnej organizacji pracy, gdyż od tego zależy istotnie rzeczywisty koszt realizacji całości zadania.

Prosty i jednoznaczny system numeracji punktów - to oszczędność czasu.

Na etapie przygotowania wsadowych zbiorów danych szczególną uwagę należy poświęcić **systemowi numeracji punktów**, którego defekty (błędy) są podstawową przyczyną podrażania kosztów roboty. W przetwarzaniu automatycznym nie są dopuszczalne jakiegokolwiek niejednoznaczności w tym zakresie, gdyż w przeciwieństwie do klasycznych rachunków geodezyjnych z istotnym udziałem manualnym wykonawcy, automatyczne rozpoznawanie topologii sieci dokonuje się wyłącznie za pomocą numeracji punktów. Niezależnie od przyjętego systemu numeracji, dla samego procesu wyrównania sieci istotne jest spełnienie warunku jednoznaczności. Typowe błędy numeracji spotykane w podobnych przetwarzaniach masowych polegają na następujących zdarzeniach:

- dwa różne punkty mają ten sam numer,
- ten sam punkt ma dwa różne numery.

Wskazane sytuacje mogą być identyfikowane i lokalizowane za pomocą specjalnych podprogramów diagnostycznych.

Aby uniknąć wielu błędów związanych z interpretacją nazw punktów w postaci stałych tekstowych, korzystnie jest przyjąć zasadę numeracji wyłącznie w postaci liczb naturalnych (dwie z pozoru identyczne stałe tekstowe mogą być zinterpretowane różnie, jak też dwie z pozoru różne stałe - jako identyczne; w grę

wchodzi też ewentualnie rozróżnianie dużych i małych liter alfabetu). W przypadku osnów klasy I + II stosuje się w dalszym ciągu numerację CBOP (adekwatną dla układu „1965”) w postaci dziewięciocyfrowej:

c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8 c9

jak np.: 274301200. Pierwsze cztery cyfry (c1,c2,c3,c4) stanowią cyfry godła arkusza mapy 1 : 50000 w strukturze podziału mapy w układzie „1965” (cyfra c1 – numer strefy, c2 – numer słupa, c3 – numer pasa podziału na arkusze 1:100000, c4 – końcówka godła 1:50000). Kolejne cyfry c5,c6,c7 są zarezerwowane na numer własny punktu w obrębie danego arkusza, przy czym dla wszystkich punktów klasy I cyfra c5 jest zerem, natomiast sam numer własny zapisany na pozycjach c6,c7 jako maksymalnie dwucyfrowy. Końcowe cyfry c8,c9 są dla punktów macierzystych zerami. Przyjmują natomiast wartości różne od zera dla punktów zespołów stabilizacyjnych (ekscentrów, przeniesienia) lub kierunkowych. Generalnie można powiedzieć, że numer CBOP zawiera informację lokalizacyjną (godło 1:50000), identyfikator własny w podzbiorze punktów arkusza 1:50000 oraz identyfikator rodzaju punktu w strukturze sieci.

W lokalnych (powiatowych) bankach osnów geodezyjnych stosuje się numerację dwuczłonową, w której informacja lokalizacyjna zawiera zamiast godła – numer ewidencyjny arkusza 1:10000 – maksymalnie czterocyfrowy (nie zawiera już informacji o numerze strefy, ponieważ w każdej strefie numery ewidencyjne mają zakres bieżący od 1 do pewnego n), natomiast pozostała część numeru jest maksymalnie czterocyfrowa (liczby 1 – 99 są zarezerwowane na punkty klasy I, od 100 do 999 - klasy II; liczby 1000 – 1999 na punkty klasy III, natomiast wyższe na punkty osnowy pomiarowej).

Przykładowo:

3526-8	punkt klasy I	na arkuszu o numerze ewidencyjnym 3526
3526-234	punkt klasy II	
3526-1235	punkt klasy III	
3526-2856	punkt osnowy pomiarowej	

Jednoznaczną numerację w postaci liczb naturalnych można łatwo utworzyć pomijając „-” oraz uzupełniając drugi człon (na początku) o zera do postaci czterocyfrowej. Dla podanych przykładów mielibyśmy odpowiednio:

35260008
35260234
35261235
35262856

W przypadku punktów kierunkowych lub innych – niemacierzystych, w lokalnym banku osnów stosuje się dodatkowe identyfikatory po znaku „/”, np.

3526-234/1

Odpowiednikiem naturalnym tej nazwy może być numer dziewięciocyfrowy: 352602341.

Należy zaznaczyć, że sam proces obliczeniowy sieci może się opierać na dowolnym (pomocniczym) systemie numeracji punktów pod warunkiem, że jest on jednoznaczny. Przejście do systemu numeracji zewnętrznej w dokumentach wynikowych (zasób bazowy i użytkowy operatu technicznego) można zrealizować za pomocą specjalnych podprogramów diagnostycznych.

Ustalenie jednoznacznego i prostego systemu numeracji punktów powinno poprzedzać etap bezpośredniego tworzenia wsadowych zbiorów danych w formie elektronicznej. Jeśli źródłem danych są materiały archiwalne (dzienniki pomiarowe lub wykazy miar) sensownie jest (ze względu na zabezpieczenie oryginałów) przygotowanie odpowiednich kseroodbitek oryginalnych dokumentów z wniesieniem odpowiednio zweryfikowanych numerów.

Każda informacja (obserwacja) może podnieść jakość sieci

W zależności od metod i epok pomiarowych, do **zbiorów obserwacji** lub pseudoobserwacji (obserwacji przetworzonych) sieci III klasy mogą należeć:

- obserwacje kątowe lub kierunkowe,

- obserwacje długości,
- kąty kierunkowe na punkty kierunkowe (wyznaczone w układzie, w którym przeprowadza się wyrównanie),
- wektory GPS.

Zazwyczaj obserwacje archiwalne, pozyskiwane dawnymi technikami będą różnić się dokładnościowo od obserwacji pochodzących z nowych pomiarów, a zwłaszcza z techniki GPS. Dlatego bardzo istotna jest kwestia właściwego rozróżnienia różnych grup obserwacji poprzez poprawne wagowanie (wstępną ocenę jakościową) – metoda najmniejszych kwadratów jako obowiązująca formalnie zasada ścisłego wyrównania sieci, będzie dla nas „bezlitosną” - nie zmieni naszych „złych” założeń, jakkolwiek – jeśli układ obserwacyjny sieci reprezentuje pewną „dostateczną” niezawodność (mierzoną ilością elementów nadwymiarowych – kontrolnych) – pozostawi nam informację o celowości ewentualnej zmiany tych założeń. Źródłem tych informacji będzie wówczas błąd średni jednostkowy sieci obliczony na podstawie poprawek obserwacyjnych, a także tzw. estymaty cząstkowe tego błędu, wyznaczone dla różnych grup obserwacji (problem ten omówimy na etapie oceny wyników wyrównania sieci).

Przy manualnym tworzeniu zbiorów danych (w oparciu o materiały archiwalne) z pewnością nie ustrzeżemy się wielu błędów grubych. Jakkolwiek uniwersalnym (sprawdzonym) systemem kontroli jest podwójne, niezależne tworzenie plików, a następnie poddanie ich kontroli porównawczej, pozostaną błędy zawarte w samych źródłach danych. Różne sposoby (systemy) wykrywania błędów są możliwe też za pomocą specjalnych procedur diagnostycznych – będą one omówione odrębnie jako element procesu obliczeniowego sieci.

Ważną kwestią związaną z utworzeniem poprawnych zbiorów obserwacji, jest sprowadzenie miar obserwacji do wspólnej przestrzeni matematycznej, w której dokonuje się wyrównania sieci, a mówiąc bardziej „przyziemnie” - wykonanie odpowiednich redukcji miar (zależnie od tego z jakiej przestrzeni dana obserwacja lub grupa obserwacji pochodzi).

Istotne redukcje miar obserwacji

Niezależnie od źródła pochodzenia danych, bezpośrednio przed wyrównaniem sieci, wszystkie miary obserwacji i pseudoobserwacji powinny być sprowadzone do tego samego układu współrzędnych („2000”, „1992” lub ewentualnie – na elipsoidę **GRS-80**). Redukcje obserwacji rozkładają się na dwie części:

- 1) redukcje z fizycznej przestrzeni pomiarowej na powierzchnię odniesienia – elipsoidę GRS-80
- 2) redukcje odwzorowawcze.

Redukcje odwzorowawcze (nie dotyczą wyrównania sieci na elipsoidzie) są powiązane na ogół (jak np. w systemie **GEONET**) z procesem obliczeniowo-wyrównawczym sieci w określonym układzie kartograficznym. W systemie **GEONET**, wielkości redukcji kątów, kierunków, długości boków jako elementy kontrolne wraz z redukcjami obserwacji na elipsoidę, są podawane w zestawieniach protokołu końcowego.

Komentarza wymaga ewentualnie kwestia redukcji obserwacji na powierzchnię odniesienia – elipsoidę GRS-80. Redukcje kierunków (kątów) z tego tytułu mają znaczenie jedynie w sieciach podstawowych, natomiast w sieciach szczegółowych, ze względu na ich „śladowe” wartości w odniesieniu do błędności pomiarowych, nie stosuje się. Są to redukcje kierunków ze względu na:

- odchylenie przekroju normalnego od kierunku linii geodezyjnej,
- składowe odchylenia linii pionu w punkcie stanowiska,
- wysokość punktu celowania.

W sieciach szczegółowych nie można pominąć jednak wszystkich redukcji długości na elipsoidę. Zakładamy, że w wyniku samego procesu pomiarowego miary długości są zredukowane do poziomu, czyli na lokalną płaszczyznę horyzontalną [zagadnienie to – w szczególności dla boków długich i znacznych przewyższeń rozważmy w miarę „detalicznie” przy okazji tematu precyzyjnej niwelacji trygonometrycznej]. Horyzontalną (spoziomowaną) długość należy zredukować następnie na powierzchnię odniesienia – elipsoidę, czyli ze względu na wysokość, według przybliżonego wzoru

$$D_{zred} = D_{hor} - (H + N) * D_{hor} / (R_s + H) \approx D_{hor} - (H + N) * D_{hor} / R_s, \quad (1)$$

gdzie:

D_{zred} = długość zredukowana

D_{hor} = długość horyzontalna, pomierzona na średniej wysokości H n.p.m.

- H = średnia wysokość normalna (zaokrąglona do 1-10m) końców boku
N = średni - dla mierzonego obszaru - odstęp geoidy niwelacyjnej od elipsoidy (przeciętnie dla obszaru Polski, odstęp geoidy od elipsoidy GRS-80 (nowego systemu ETRS) wynosi N = 34 m ale zmienia się w przybliżeniu w granicach ± 10 m - do dokładniejszego określenia w danym punkcie służy numeryczny model geoidy)
R_s = średni promień krzywizny elipsoidy (w przybliżeniu 6370 km).

Wymieniona redukcja wysokościowa ma na ogół znaczenie istotne (zaniechanie jej jest błędem metody i może prowadzić do zniekształcenia rezultatów wyrównania sieci) (przykładowo, dla wysokości H = 400 m i długości D = 1km wynosi -0.068m, przy czym wpływ samego odstępu N ma wartość tylko -0.005 m).

Zaniedbuje się jako nieistotne redukcje wynikające z różnicy pomiędzy długością linii geodezyjnej a długością odpowiadającej jej cięciwy.

Jeśli pozyskane z archiwaliów miary długości były już zredukowane na ówczesną elipsoidę **KRASOWSKIEGO** – w przybliżeniu: n.p.m. (elipsoida **KRASOWSKIEGO** odchyłała się od geoidy tylko w zakresie kilku metrów), to obecnie wystarczyłoby tylko dodatkowa redukcja uwzględniająca sam odstęp obu elipsoid (wynoszący w obszarze Polski przeciętnie 34 m). Alternatywne podejście polega oczywiście na odredukowaniu długości na poziom terenu, a następnie na zastosowaniu redukcji na elipsoidę **GRS-80**, zgodnie z podaną powyżej formułą.

Źródła informacji o dokładnościach pomiarów

Niezbędną informacją dodatkową dla procesu wyrównania ścisłego sieci jest określenie a priori średnich błędów pomiarów, służących ustalaniu wag dla różnych grup obserwacji. Wiarygodne oceny błędów średnich można otrzymać w oparciu o wstępną analizę samego materiału obserwacyjnego (na podstawie odchyłek pomiędzy seriami pomiarów lub odchyłek zamknięć figur). Należy mieć przy tym na uwadze fakt, że ostateczną dokładność miary obserwacji kształtują nie tylko błędy instrumentalne lecz także błędy centrowania instrumentu i sygnałów. Drugi sposób postępowania polega na wstępnym przyjęciu pewnych wartości standardowych dla danej klasy sieci [przykładowo: błąd średni kierunku 30 [cc], składniki błędu średniego długości a = 0.015 (stały), b=0.01 (proporcjonalny na 1 km)], a następnie poddaniu weryfikacji tych założeń po dokonaniu wstępnego wyrównania sieci. Szczegóły w tym zakresie będą podane w dalszych odcinkach publikacji.

W przypadku dołączenia do sieci wektorów GPS wykonuje się automatyczne przekształcenie tych wektorów w wektory linii geodezyjnych na elipsoidzie (jako pary pseudoobserwacji: azymut geodezyjny Ag, długość linii geodezyjnej s. Elementy te podlegają już tylko redukcjom odwzorowawczym w danym układzie („2000” lub „1992”). Błędy średnie, a właściwie stosowne podmacierze kowariancyjne tych elementów uzyskuje się wprost z przekształcenia odpowiedniej podmacierzy kowariancyjnej wektora GPS, otrzymanej na etapie tzw. *postprocessingu*.

(część II , 2003-11-03)

4. Szczególne zasady wagowania obserwacji

Ponieważ zbiory obserwacyjne mogą pochodzić z różnych źródeł, technik i epok pomiarowych zatem w programach obliczeniowych powinna istnieć możliwość uwzględnienia różnorodnej dokładności, czyli wiarygodnej relacji pomiędzy wagami różnych obserwacji lub ich grup. Złe ustalenie tych relacji (np. przez „wrzucanie do jednego worka” obserwacji niejednorodnych) może skutkować istotnymi zmianami współrzędnych wyników. Dotyczy to zwłaszcza sytuacji lokalnego osłabienia geometrycznego konstrukcji sieci (np. na długich ciągach).

Przypomnijmy, że waga jest liczbą odwrotnie proporcjonalną do kwadratu błędu średniego obserwacji, czyli $p = (1/\mu^2) \cdot \text{const.}$ ($\text{const} > 0$), przy czym, dla prostoty interpretacji wyników wyrównania, przyjmujemy zazwyczaj $\text{const.} = 1$, zaś metoda najmniejszych kwadratów jako zasada wyrównania obserwacji opiera się na warunku: $\sum p \cdot v^2 = \text{min.}$ (dla uproszczenia pomijamy tu wskaźnik sumowania, który przebiega cały zbiór obserwacji w sieci; v – poprawki obserwacyjne). W powyższych definicjach „odchylamy się” nieco od ścisłości, przyjmując milcząco, że obserwacje są wzajemnie nieskorelowane.

Dla porządku ustalmy też, że jeśli używamy terminu „pseudoobserwacja” to mamy na myśli element sieci pochodzący już z jakiegoś wyrównania lub przetworzenia. Pseudoobserwacjami są na przykład takie współrzędne punktów nawiazania, dla których odrzucamy bezbłądność – poddajemy aktualnemu wyrównaniu. Innym przykładem mogą być miary długości i azymutów geodezyjnych utworzone z przekształcenia wektorów GPS. W sieci klasycznej, typowymi pseudoobserwacjami są kąty kierunkowe (azymuty topograficzne) na punkty kierunkowe.

Siatki zespołów stabilizacyjnych

Szczególny „problem”, związany z wagowaniem obserwacji, może dotyczyć siatek zespołów stabilizacyjnych punktów macierzystych (poboczników, ekscentrów, punktów przeniesienia współrzędnych), włączonych do wyrównania całości sieci. Konstrukcje takie, nazywane też „półpoligonami”, spełniają funkcję dodatkowego zabezpieczenia lub ułatwiają korzystanie z punktów macierzystych. Tworzą one jednak (można też powiedzieć „niestety”) niejednorodną pod względem geometrycznym konstrukcję całej sieci, wymagającą szczególnej staranności w doborze wag obserwacji. Siatki te zawierają zazwyczaj boki krótkie, o długości od kilku do kilkudziesięciu metrów, a w szczególności bazy stałe (jak w technologii W. Dąbrowskiego – UWM w Olsztynie). Długości krótkie i bazy stałe charakteryzują się zwykle dokładnościami wyższymi (bezwzględnie) niż miary długości boków głównych sieci (pomiędzy punktami macierzystymi) – błędy średnie długości krótkich zależą głównie od dokładności identyfikacji punktów bazowych (centrowania lustra/sygnału lub instrumentu); powinny być więc wyróżnione w procesie wagowania poprzez odpowiednio mniejszą wartość błędu średniego.

Szczególnie rzecz ma się także z wagowaniem obserwacji kątowych (kierunkowych) dla krótkich celowych. Jeśli zakładamy przykładowo, że dla przeciętnej długości boku sieci $D = 300$ m standardowy błąd średni kierunku wynosi $\mu_k = 30^{\text{cc}}$, to dla celowej krótkiej $D = 20$ m, przy tych samych warunkach centrowania sygnału, może wynieść ponad 200^{cc} . Powyższe wynika z następującego, przybliżonego oszacowania a-priori:

Niech (zgodnie z prawem Gaussa):

$$\mu_k^2 = \mu_c^2 + \mu_s^2 + \mu_o^2 \quad (2)$$

$$\mu_c \approx \mu_s = (\mu_e / D) \cdot \rho = \text{komponent błędu średniego kierunku wynikający z błędu średniego } \mu_e \text{ centrowania sygnału } (\mu_c) \text{ lub instrumentu } (\mu_s), \rho^{\text{cc}} \approx 636620$$

μ_o = komponent błędu średniego kierunku wynikający z błędów instrumentalnych i osobowych

Przyjmując np. $\mu_e = 0.005$ m, $\mu_o = 15^{cc}$ otrzymamy dla różnych długości następujące błędy średnie kierunków:

Długość celowej D	Błąd średni kierunku μ_k dla dwóch wariantów błędu centrowania μ_e	
	$\mu_e=0.005$ m	$\mu_e=0.01$ m
1000m	16 ^{cc}	17 ^{cc}
500m	18 ^{cc}	23 ^{cc}
300m	21 ^{cc}	34 ^{cc}
200m	27 ^{cc}	47 ^{cc}
100m	47 ^{cc}	91 ^{cc}
50m	91 ^{cc}	181 ^{cc}
20m	226 ^{cc}	450 ^{cc}
10m	450 ^{cc}	900 ^{cc}

Zasada określania błędu średniego pomiaru długości

Generalnie przyjmuje się, że na błąd średni pomiaru długości składają się dwa komponenty: a – stały i b – proporcjonalny do długości, ale ze względu na ich losową niezależność uzasadnione jest (za prawem Gaussa) użycie wzoru „kwadratycznego”:

$$\text{Błąd średni pomiaru długości } \mu_D = (a^2 + b^2 \cdot [D]^2)^{1/2} \quad (3)$$

gdzie a - komponent stały (niezależny od długości), b – czynnik proporcjonalny /1 km (lub inną jednostkę - w GEONET na 100m), [D] – długość w km (w GEONET w setkach metrów).

Nie należy utożsamiać parametrów a, b z parametrami dalmierza, gdyż tutaj w wielkości „a” należy uwzględnić dodatkowo błędności czynności pomiarowych, a więc centrowania instrumentu i lustra. Może się więc zdarzyć, że dysponujemy dalmierzem precyzyjnym, ale faktyczną dokładność pomiaru długości kształtujemy o wiele większym błędem centrowania.

Przykładowo, niech dalmierz ma charakterystykę: a = 0.01 b = 0.01 /km. Uwzględniając błędności centrowania instrumentu i sygnału $\mu_e = 0.01$ m, przyjmijmy przykładowo a = 0.017 m.

Wzór (2) pozostaje aktualny także w przypadku, gdy pomiary długości (odnotowane w dawnych zasobach archiwalnych) były wykonywane bezpośrednio lub przy wykorzystaniu technik paralaktycznych. W przeciwieństwie do pomiarów współczesnym dalmierzem, gdzie bardziej istotny jest komponent stały (a), tutaj dominującym byłby komponent proporcjonalny b. Wybór szczególnego modelu błędu w postaci parametrów a,b, dla określonych grup obserwacji, będzie zależał więc od konkretnych źródeł danych i stosowanych metod pomiaru.

Sposób wykorzystania kątów kierunkowych na punkty kierunkowe.

Punkty kierunkowe obierane (zakładane) w odległościach od kilkuset metrów do kilku kilometrów od punktów macierzystych (I lub II klasy) mają na celu ułatwienie nawiązań kątowych ciągów – sieci klasy niższej (III, pomiarowej). „Idealnymi” pod względem praktycznym punktami kierunkowymi są wieże kościelne. Jeśli nie ma takich możliwości, stabilizuje się specjalnie znakami ziemnymi. Punktami kierunkowymi mogą być też wybrane do tego celu punkty klasy niższej.

Każdy punkt kierunkowy ma określone dwa elementy:

- kąt kierunkowy (azymut topograficzny), służący do nawiązań kątowych, wyznaczony w procesie pomiarowym i obliczeniowym danej klasy sieci – zob. Wytyczne Techniczne G-2.5.

- przybliżoną odległość do punktu macierzystego (zwykle w zaokrągleniu do 1 m).

Istotną miarą wykorzystywaną w procesie wyrównania sieci III klasy jest tylko kąt kierunkowy, natomiast odległość jako miara przybliżona ma znaczenie pomocnicze, np. w celu określenia błędu średniego pomiaru kierunku nawiazawczego. Jeśli jednak punkt kierunkowy, poza nawiazaniem kątowym, nie spełnia innej funkcji w sieci (nie jest punktem wyznaczanym klasy niższej i nie posiada odrębnie wyznaczonych współrzędnych równoważnych klasie I lub II), wówczas w procesie wyrównania sieci, zamiast kąta kierunkowego możemy wykorzystać współrzędne matematyczne punktu kierunkowego (obliczone przy wykorzystaniu przybliżonej odległości), wprowadzając je do zbioru punktów nawiazania. W końcowym protokole należy wyraźnie zastrzec, że współrzędne określonego punktu kierunkowego pełnią jedynie funkcję pomocniczą.

5. Przykładowe zbiory obserwacyjne w systemie GEONET

W systemie GEONET istnieją różne możliwości wprowadzania informacji o błędnościach obserwacji, zarówno jako układów jednorodnych dokładnościowo, jak też z indywidualnie przyporządkowanym błędem średnim. W ogólności zbiory wejściowe w postaci wsadowych plików tekstowych mogą mieć następujące nazwy standardowe

- DLUGOSCI** (dla grupy długości o jednorodnym modelu dokładnościowym [a,b])
DLUGOSCI.b (dla grupy długości o indywidualnie określonych błędach średnich)
DLUGOSCI.gps (dla długości linii geodezyjnych jako pseudoobserwacji powstałych z rzutowania na elipsoidę wektorów GPS, i indywidualnych charakterystykach dokładnościowych określonych na podstawie podmacierzy kowariancyjnych wektorów - w przypadku układów „1992” lub „2000” wektory muszą być rzutowane na elipsoidę **GRS-80**, zaś dla układu „1965” – na elipsoidę **Krasowskiego**)
- KATY** (w zbiorze kątów możliwe jest określenie błędu średniego oddzielnie dla określonych grup kątów - w szczególności indywidualnie dla pojedynczego kąta).
- KIERUNKI** (zbiór obserwacji kierunkowych – w zależności od wyboru dodatkowej cechy stanowiska możemy definiować obserwacje jednorodne dokładnościowo, z błędem średnim właściwym tylko dla danego stanowiska (stacji) lub z błędami średnimi przyporządkowanymi indywidualnie do każdego obserwowanego kierunku – zob. przykłady poniżej).
- KIERUNKI.mod** (zbiór obserwacji kierunkowych lub pełnych biegunowych powstały z automatycznego przeworzenia zapisów kodowych z rejestratorów polowych – zbiór charakterystyczny dla osnów pomiarowych zakładanych w trybie tzw. sieci modularnych (łącznie z pomiarem „masówki”); może być także zbiorem lub podzbiorem obserwacyjnym osnowy szczegółowej mierzonej jednorodnie dokładnościowo przy użyciu współczesnych TOTALSTATION).
- KIERUNKI.gps** (zbiór pseudoobserwacji kierunkowych utworzony dla wiązek wektorów GPS związanych z daną stacją, w analogii do klasycznych obserwacji kierunkowych; zbiór ma znaczenie kontrolne w przetwarzaniu obserwacji GPS, bo jeśli dane są w odrębnym zbiorze azymuty linii geodezyjnych to opisywany zbiór zawiera już elementy zależne stochastycznie od tych azymutów i powinien być wykluczony ze zbiorów obserwacyjnych sieci).
- AZYMUTY** (zbiór zarezerwowany wyłącznie na kąty kierunkowe (azymuty topograficzne) do punktów kierunkowych w sieci wyższego rzędu; informacje zawarte w tym zbiorze stanowią istotne elementy dodatkowe nawiazania sieci; mogą być wprowadzane do wyrównania bezpośrednio jako pseudoobserwacje lub pośrednio za pomocą współrzędnych punktu kierunkowego – zob. opis sposobu uwzględniania kątów kierunkowych na punkty kierunkowe)
- AZYMUTY.gps** (zbiór azymutów geodezyjnych wyznaczonych na elipsoidzie z rzutowania wektorów GPS;

wraz z długościami odpowiednich linii geodezyjnych zawartymi w zbiorze **DLUGOSCI.gps** stanowi kompletną dwuwymiarową informację o wektorach GPS; informacje z trzeciego wymiaru – różnice wysokości elipsoidalnych - znajdują miejsce w dodatkowym pliku o nazwie **DELTAH.gps** , który może być przekształcony w odpowiadający zbiór różnic wysokości normalnych przy wykorzystaniu specjalnych procedur obsługi numerycznego modelu **geoidy niwelacyjnej**.

Przykład zbioru obserwacji kierunkowych o różnych sposobach określania błędów średnich:

komentarze			
21561001	1		nr stanowiska, cecha (1) dla jednakowej dokładności kierunków
21561230	0.0000		nr celu, obserwacja kierunkowa
21561231	125.2345		" "
30231785	234.3444		" "
30231645	376.6789		" "
0	0.0030		rekord końcowy stanowiska, błąd średni kierunku 30 ^{cc})
21541765	11		nr stanowiska, cecha (11) dla zróżnicowanej dokładności kierunków
14561021	25.6767	25	nr celu, obserwacja kierunkowa, błąd średni (25 ^{cc})
145610211	75.5709	200	" " " (200 ^{cc})(cel bliski)
10011511	125.5600	40	" " " (40 ^{cc})
0	0	0	rekord końcowy stanowiska
..... itd.			

Przykład zbioru obserwacji kątowych z grupami katów o różnej dokładności:

komentarze				
20141013	10231101	10231102	156.2034	nr lewego celu, nr stan., nr prawego celu, miara kąta
10231101	10231102	10231754	187.4523	grupa kątów
10231102	10231754	14501408	205.7650	o błędzie średnim
10231754	14501408	20451001	98.7688	20 ^{cc}
0	0	0	0.0020	(rekord końcowy grupy)
13241201	13421111	12340888	234.7833	grupa kątów
13421111	12340888	20441111	103.5655	o błędzie średnim
12340888	20441111	10001234	376.1103	45 ^{cc}
0	0	0	0.0045	(rekord końcowy grupy)
..... itd.				

(część III , 2003-11-10)

6. Kontrola poprawności struktury geometrycznej sieci, wykrywanie błędów grubych i elementów odstających; obliczenie współrzędnych przybliżonych.

Zanim uruchomimy proces ścisłego wyrównania sieci, możemy przeprowadzić różnego rodzaju kontrole topologiczne całości układu obserwacyjnego, eliminując możliwe błędy grube, jak też wskazując na ewentualne braki danych (lokalizując miejsca niewyznaczalne). Źródłem błędów grubych mogą być zarówno omyłki numeracji, jak też omyłki w samych miarach obserwacji. Z praktyki obliczeniowej wiadomo, że w dużych zbiorach danych, zwłaszcza pochodzących z przetworzeń manualnych – z istotnym udziałem czynnika osobowego, wysoce prawdopodobne jest istnienie wielu takich błędów. Ich identyfikacja i eliminacja powinna być istotną częścią planowanych operacji i kosztów roboty. Z pomocą przychodzą nam jednak różnego rodzaju podprogramy – stanowiące elementy pakietów obliczeniowych, pozwalające te operacje możliwie wszechstronnie zautomatyzować.

W systemie **GEONET**, kontrole zbiorów obserwacyjnych wraz z identyfikacją ewentualnych błędów przebiegają na trzech poziomach (realizowane przez kolejne podprogramy procesu obliczeniowego sieci):

Poziom I : Wstępna kontrola zbiorów obserwacyjnych

Sprowadza się ono do następujących elementów kontrolnych:

- Tworzenie tzw. **mapy (grafu) sieci** określającej dla każdego punktu sieci podzbiór wszystkich **punktów incydentnych**, tzn. takich które mają z wybranym punktem bezpośredni związek obserwacyjny (np. poprzez obserwację długości, kąta, kierunku). Mapa sieci pozwala wykryć natychmiast punkty, które są albo niewyznaczalne, albo nie mają elementów nadwymiarowych (są punktami bez kontroli). Niewyznaczalność może być wynikiem zarówno omyłek numeracji jak też braków danych. Należy podkreślić, że w badaniu wyznaczalności (niezawodności) punktów sieci istotne jest uwzględnienie tylko elementów niezależnych liniowo względem siebie (nie uwzględnia się powtórzeń tych samych miar obserwacji, kątów uzupełniających do „horyzontu” ; przykładowo nawet jeśli elementy „bagnetu” będą pomierzone wielokrotnie punkt pozostaje zidentyfikowany jako punkt bez kontroli – o zerowej niezawodności).
- **Diagnostyki wewnętrzne zbiorów obserwacji**, polegające na:
 - identyfikacji defektów numeracji (np. dwa jednakowe numery w planie kąta lub długości),
 - identyfikacji defektów miar (np. przekroczenia określonych zakresów kątowych),
 - identyfikacji błędnych powtórzeń miar (istotnie różniące się miary dla tych samych planów obserwacji).

Uwaga: Przed procesem wyrównania sieci nie jest wskazane uśrednianie pomiarów z różnych serii, jeśli te realizowano przy niezależnym centrowaniu instrumentu i sygnałów (konieczne jest wszakże zawsze uśrednianie (np. z dwóch półpoczetów) eliminujące błędy instrumentalne lub inne, o charakterze systematycznym). Wynik każdej serii pomiarowej „przenosi” do procesu wyrównawczego sieci cenną informację dokładnościową, kształtującą a-posteriori wiarygodną ocenę jakościową sieci. Innymi słowy, jeśli mamy podstawy do stwierdzenia, że elementarne obserwacje są wzajemnie niezależne, nie należy dokonywać ich wyrównania (uśredniania) przed wyrównaniem całości sieci.

- Sprawdzenie **globalnego wskaźnika niezawodności** sieci:

$$z\% = (f / m) * 100\%$$

gdzie: f = $m - n$ ilość elementów nadwymiarowych (dla zwiększenia wiarygodności tego parametru, należy zliczać jedynie obserwacje liniowo niezależne);
 m - ilość wszystkich obserwacji i pseudoobserwacji,
 n - ilość elementów (współrzędnych) wyznaczanych sieci.

Opierając się na badaniach empirycznych sieci III klasy o strukturze poligonowej można stwierdzić, że typowy, globalny wskaźnik niezawodności takich sieci spełniających wystarczająco inne kryteria tej klasy osnowy, jest zbliżony do 20% (przy wskaźnikach niższych mogą występować np. sytuacje zbyt długich ciągów). Oczywiście, im wskaźnik globalny wyższy, tym wyższa wartość techniczna sieci. Dla ilustracji można stwierdzić, że jeśli globalny wskaźnik niezawodności jest 50% wówczas (w sensie przeciętnym), każda obserwacja w sieci jest niezależnie kontrolowana.

Poziom II : Kontrola poprawności miar obserwacji i ich lokalnych związków, próba obliczenia współrzędnych przybliżonych

Na poziomie II, wykrywanie ewentualnych błędów grubych może odbywać się w dwojakim trybie:

- poprzez realizację zadania wyznaczania współrzędnych przybliżonych,
- przez porównanie miar obserwacji z analogicznymi miarami obliczonymi w oparciu o istniejące wykazy współrzędnych przybliżonych.

Jeśli dysponujemy wykazem współrzędnych przybliżonych (np. z transformacji istniejącej bazy danych z układu „1965” do układu docelowego, „2000” lub „1992”), wówczas wielce korzystne dla minimalizacji kosztu całego przedsięwzięcia będzie sprawdzenie zgodności miar obserwacji z analogicznymi miarami uzyskanymi ze współrzędnych przybliżonych, przy uwzględnieniu odpowiednich poprawek odwzorowawczych. To zadanie kontrolne można przeprowadzić automatycznie dla całej sieci, stosując po prostu program wyrównawczy sieci poziomej przy założeniu, że wszystkie punkty o danych współrzędnych przybliżonych są chwilowo (dla opisywanych celów testowych) założone jako punkty stałe obok punktów osnowy klasy I i II, przyjętych obligatoryjnie jako stałe punkty nawiązania. Otrzymane wyrazy wolne lub poprawki obserwacyjne dają pełną informację o ewentualnych błędach. Należy jednak mieć na uwadze to, że duże odchyłki mogą być wynikiem błędów w istniejącym już banku osnowy, a także niezgodnością numeracji pomiędzy bankiem a zbiorami obserwacji. Dlatego, jeśli takie sytuacje mają miejsce, warto skorzystać niezależnie z możliwości kontrolnych jakie daje nam program automatycznego liczenia współrzędnych przybliżonych (w programie tym możemy się wspomagać informacjami z istniejącego banku osnowy ale nie jest konieczne).

Metodologia liczenia współrzędnych przybliżonych w systemie **GEONET** opiera się na wykorzystaniu idei sieci modularnych. Najkrócej mówiąc, sieć zostaje „sklejona” z modułów elementarnych, a moduł elementarny to podzbiór wszystkich obserwacji związanych z pojedynczym punktem sieci, rozpatrywany w dowolnym lokalnym układzie przyjętym dla tego modułu. Owo „sklejanie” odbywa się według zasady łącznej transformacji podzbiorów w oparciu o punkty wspólne i punkty nawiązania sieci. Analogonem sieci modularnej może być blok zdjęć lub modeli fotogrametrycznych poddanych łącznej transformacji do wspólnego układu. Niestety, nie każdy podzbiór obserwacji związany z pojedynczym punktem sieci poziomej musi być konstrukcją wewnętrzną wyznaczalną, zwłaszcza w sieciach z przeważającą liczbą obserwacji kątowych (kierunkowych) w porównaniu ze zbiorem długości. Dlatego algorytm programu korzysta ze specjalnych procedur wspomagających lokalne wyznaczenie analityczne dodatkowych długości w sieci (tylko w celu określenia współrzędnych przybliżonych). „Sklejaniu” modułów towarzyszy identyfikacja błędów grubych, które nie zostały wykryte na poziomie I. W ogólności, istota identyfikacji błędów sprowadza się tu do sprawdzenia, czy sąsiadujące ze sobą moduły mają w części wspólnej podobną strukturę geometryczną. Sygnalizacja ewentualnego błędu odnosi się do podzbioru kilku punktów lub do pojedynczej obserwacji.

Poziom III: Identyfikacja elementów odstających.

Elementami odstającymi nazywamy obserwacje, które nie są wprawdzie obarczone błędem grubym (omyłką) ale sprawiają istotną lokalną niespójność warunków geometrycznych sieci przez to, że ich błąd wykracza poza wartości graniczne (dopuszczalne) – jest mało prawdopodobny w sensie przyjętego modelu standardowego błędu. Przyczynami elementów odstających mogą być złe identyfikacje punktów, błędy instrumentalne o charakterze niesystematycznym, losowe zakłócenia środowiska lub różne czynniki osobowe w procesie pomiarowym.

Elementy odstające są zwykle trudne do identyfikacji z uwagi na to, że metoda najmniejszych kwadratów jako obowiązująca formalnie zasada ścisłego wyrównania obserwacji, ma tendencję do „uśredniania”, a

tym samym do „rozmarywania” miejsca takiego elementu – błąd obserwacji odstającej „przenosi” się na mniejsze lub większe otoczenie tej obserwacji, zależnie od lokalnej niezawodności sieci.

Z pomocą przychodzi nam w takim przypadku inne niż standardowa metody wyrównania obserwacji należące do grupy metod **estymacji mocnych (ang. *robust estimation*)**. Oczywiście, z uwagi na wymagania standardów technicznych, zastosowanie jakiejś metody estymacji mocnej ma znaczenie pomocnicze, przejściowe, służąc jedynie identyfikacji ewentualnych elementów odstających.

W systemie **GEONET** mamy opcjonalnie możliwość wyboru estymacji mocnej opartej na warunku

$$\sum (p \cdot v^2 + e)^{1/2} = \min$$

gdzie: p – waga, v – poprawka, $e > 0$ – parametr regularyzacyjny, decydujący o „mocy” estymacji.

Jeśli w metodzie najmniejszych kwadratów obrazem komponentu funkcji $p \cdot v^2$ jest parabola, to w określonej metodzie estymacji obrazem komponentu $(p \cdot v^2 + e)^{1/2}$ jest hiperbola. Ten „drobny szczegół” sprawia, że wyniki wyrównania uzyskują szczególne własności. Zamiast tendencji do „sprawiedliwego uśredniania”, następuje w pewnym sensie efekt odwrotny, tzn. „odpychanie” obserwacji, które nie pasują do układu oraz „przyciąganie” tych, które dają najmniejsze poprawki. Wykaz poprawek o największych wartościach identyfikuje zarazem elementy odstające. Należy zaznaczyć, że ta metoda nie zawsze jest skuteczna. Zależy to istotnie od lokalnej niezawodności sieci, czyli istnienia elementów nadwymiarowych. Po wtóre, element odstający musi być lokalnie zjawiskiem „rzadkim”. Nie może być np. tak, że występuje porównywalna ilość obserwacji „złych” i „dobrych”, czyli generalnie jakgdyby zgodnie z zasadą zachowania energii, że ta nie może powstać z niczego. Można powiedzieć, że z punktu widzenia kosztu całości zadania (w tym wykrywania ewentualnych błędów) opłaca się zakładać sieci bardziej niezawodne, z większą ilością elementów nadwymiarowych (kontrolnych).

Nasuwa się przy okazji spostrzeżenie, że obecnie, przy zastosowaniu elektronicznej techniki pomiarowej, w tym techniki GPS, koszt pozyskania pojedynczej obserwacji (nie licząc amortyzacji sprzętu) jest o wiele niższy niż koszt zastosowania dawnych technik klasycznych (optycznych, manualnych). Dlatego nie musimy ograniczać się tylko do zakładania takich prostych struktur sieci (w postaci „czystych” ciągów i sieci poligonowych), które kiedyś były niejako praktyczną koniecznością, także z uwagi na ograniczone narzędzia rachunkowe. Obecnie nie ma tego typu barier, przez co np. sieć poligonowa może być korzystnie „urozmaicona” dodatkowymi obserwacjami (mogą to być np. kierunki do innych niż sąsiednie punkty ciągi, nawiązania „boczne” do punktów odległych – wież, lokalne wzmocnienia sieci za pomocą metody „swobodnego stanowiska” (ang. *free station*) i in.). Innymi słowy, samo „myślenie ciągowe” zubaża finalną jakość osnowy i nie może być usprawiedliwione jakimiś anachronizmami, tkwiącymi rzekomo w przepisach technicznych.

7. Podprogramy wykonawcze w systemie GEONET.

Opisane w p. 5 zadania są realizowane w systemie GEONET przez 3 kolejno wywoływane z menu podprogramy:

- wstępnej kontroli danych,
- obliczenia współrzędnych przybliżonych,
- wyrównania ścisłego,

Jeśli w założonym obiekcie – podkatalogu istnieją odpowiednie zbiory wejściowe (obserwacje, współrzędne nawiązania) i ustalono określone parametry zadania (układ, strefa, metoda wyrównania obserwacji, ogólne zasady wagowania) to cały proces obliczeniowy przebiega automatycznie w tym sensie, że zbiory wynikowe lub zweryfikowane jednego zadania stają się zbiorami wejściowymi do zadania następnego. Innymi słowy, przetwarzanie danych przebiega w trybie wsadowym (podobnie jak w dawnych programach fortranowskich), a wszelkie zbiory wejścia-wyjścia poza bazami wewnętrznymi, mają postać tekstową - edytowalną przy wykorzystaniu wewnętrznego lub zewnętrznego notatnika.

Okenka kolejnych zadań obliczeniowych sieci poziomej - komentarze

Panele informacyjne o zbiorach wsadowych (zbiory istniejące „podświetlane”). „Klikając” w panel zbioru istniejącego otrzymujemy jego edycję z opcjami notatnika.

Parametry specjalne przy tworzeniu osnowy pomiarowej ze zbiorów „masówki”

*.gps - podzbiory pseudoobserwacji pozyskane z przekształcenia wektorów GPS przez podprogramy modułu GPS.

Er1.osn, Er2.osn, Err.pkt, Er3.osn - protokoły kontroli błędów

Wybór jednej z metod liczenia współrz. przybliżonych.

Opcje wyrównania ścisłego

Zasadnicze zbiory wynikowe:
WSG.osn - protokół wyrównania ścisłego sieci
XY.osn - ostateczny wykaz współrz. w wybranym układzie („2000”, „1992”, „1965”, „1942”, UTM lub lokalnym)



Przykładowe fragmenty protokołów z wyrównania sieci w układzie „2000”

1) Redukcje obserwacji przed wyrównaniem:

```

-----
DANE OBSERWACJE DŁUGOŚCI - REDUKCJE ODWZOROWAWCZE - BŁĘDY ŚREDNIE
-----
|  Nr(I)  |  Nr(J)  |  Dobs  | dD(odwzor) | dD(wys.H) | D(zred) |  mD  |
-----
... obserwacje klasyczne ...
  8110182  8111186  310.568  -0.011  -0.010  310.547  0.017
  8111186  8111187  321.608  -0.011  -0.010  321.587  0.017
  8111187  8111188  303.418  -0.010  -0.010  303.398  0.017
  8111188  8111189  293.568  -0.010  -0.009  293.549  0.017
  8111189  8111190  246.597  -0.008  -0.008  246.581  0.017
  8111190  8111191  223.816  -0.007  -0.007  223.801  0.017
  8111191  8111192  255.047  -0.008  -0.008  255.031  0.017
-----

```

Nr(I), Nr(J) - numery planu obserwacji jako wielkości skalarnej
 Dobs - miara długości horyzontalnej
 dD(odwzor) - wielkość poprawki odwzorowawczej w układzie „2000”
 dD(wys.H) - wielkość redukcji wysokościowej na elipsoidę GRS-80
 z uwzględnieniem odstępów N geoidy od elipsoidy
 (w przypadku pseudoobserwacji GPS redukcje dD(wys.H) są zerowe)
 D(zred) - długość zredukowana do układu „2000” podlegająca wyrównaniu.
 mD - założony do wagowania błąd średni odpowiadający mierze D(zred).
 (obliczony z parametrów a, b modelu błędu)

```

-----
DANE OBSERWACJE KĄTOWE - REDUKCJE ODWZOROWAWCZE - BŁĘDY ŚREDNIE
-----
|  Nr(L)  |  Nr(C)  |  Nr(P)  | Alfa(obs) | dAl(odwz.) | Alfa(zred) | mAl(prior) |
|         |         |         | [cc]      | [cc]       | [cc]       | [cc]       |
-----
|  8111186 |  8110182 | 274301800 | 3153059.0 | -0.4 | 3153058.6 | 39.6 |
|  8111187 |  8111186 | 8110182 | 2304204.0 | 0.0 | 2304204.0 | 39.6 |
|  8111188 |  8111187 | 8111186 | 2085396.0 | 0.1 | 2085396.1 | 39.6 |
|  8111189 |  8111188 | 8111187 | 1946256.0 | 0.1 | 1946256.1 | 39.6 |
-----

```

Nr(L), Nr(C), Nr(P) - numery planu obserwacji jako wielkości wektorowej
 Alfa(obs) - obserwacja kąta,
 dAl(oddz.) - redukcja odwzorowawcza kąta w układzie „2000”
 Alfa(zred) - zredukowana wartość kąta w układzie „2000”
 mAl(priori) - założony błąd średni obserwacji (obliczony w oparciu
 o założony błąd średni kierunku).

DANE OBSERWACJE KIERUNKOWE - REDUKCJE ODWZOROWAWCZE - BŁĘDY ŚREDNIE

Stanowisko	Cel	K(obs) [cc]	dK(oddz.) [cc]	K(zred) [cc]	mK(prior) [cc]
... obserwacje klasyczne ...					
7511058	115280300	0.0	0.2	0.2	28.0
	7511059	1424620.0	0.0	1424620.0	28.0
	7511061	1971900.0	-0.2	1971899.8	28.0
	7511060	2169230.0	0.0	2169230.0	28.0

.....

Stanowisko, Cel - numery planu obserwacji jako wielkości wektorowej
 K(obs) - obserwacja kierunku,
 dK(oddz.) - redukcja odwzorowawcza kierunku w układzie „2000”
 K(zred) - zredukowana wartość kierunku w układzie „2000”
 mK(prior) - założony błąd średni obserwacji kierunku.

2. Obserwacje i pseudoobserwacje wyrównane

DŁUGOŚCI BOKÓW

PLANY BOKÓW		OBSERWACJE		WIELKOŚCI WYRÓWNANE			
Nr(i)	Nr(j)	d+redukcje	md.Mo	V	mV	Dwyr	mDwyr
8111186	8110182	310.5472	0.0166	-0.0077	0.0022	310.5395	0.0165*
8111187	8111186	321.5866	0.0167	-0.0060	0.0017	321.5806	0.0166*
8111188	8111187	303.3980	0.0166	-0.0052	0.0015	303.3928	0.0165*
8111189	8111188	293.5488	0.0165	-0.0056	0.0016	293.5431	0.0164*
8111190	8111189	246.5809	0.0162	-0.0057	0.0016	246.5753	0.0161*
8111191	8111190	223.8015	0.0161	-0.0058	0.0017	223.7957	0.0160*

.....

d+redukcje = D(zred) - miara zredukowana do układu „2000”

V - poprawka wyrównawcza

Dwyr - miara wyrównana (poprawiona)

md*Mo, mV, mDwyr - błędy średnie wielkości w kolumnach poprzedzających.

Są to wielkości wyznaczone ściśle w oparciu o macierze

kowariancyjne odpowiednich wektorów wynikowych: D(zred), V, Dwyr.

Uwaga: Pomimo niewielkiej wartości poprawki V, na marginesie pojawia się gwiazdka sygnalizująca przekroczenie $|V| > 3 * Mv$. Generalnie oznacza to zdarzenie mało prawdopodobne w sensie przyjętego modelu błędu i wymaga sprawdzenia przyczyn, ale w podanym przykładzie jest to sytuacja charakterystyczna dla lokalnego „osłabienia” konstrukcji sieci z powodu niewielkiej nadwymiarowości (=> niezawodności). Inaczej: lokalna nadwymiarowość jest tak mała, że przy standardowym błędzie pomiaru poprawki powinny być zbliżone do zera. W sytuacji skrajnej (przy braku elementów nadwymiarowych) poprawki będą zerowe. Jeśli jednak następuje określone przekroczenie, to może być spowodowane albo nie do końca wyeliminowanymi wpływami systematycznymi (redukcjami) albo pojedynczą obserwacją odstającą, której błąd rozkłada się na bliskie otoczenie. Inaczej mówiąc, wielkości poprawek nie spełniają lokalnie modelu probabilistycznego reprezentowanego założonym błędem średnim. Na istnienie takiego zdarzenia wskazuje również to, że znaki algebraiczne poprawek w bliskim sąsiedztwie są jednakowe (-). Do problemu tego powrócimy przy ocenie poprawności wyników wyrównania sieci.

KATY

P L A N Y K A T Ó W					geonet_w-			
OBSERWACJE					WIELKOŚCI WYRÓWNANE			
Nr(L)	Nr(C)	Nr(P)	Al(zred)	mA.Mo	V	mV	Al(wyr)	mAwyr
			[g]	[cc]	[cc]	[cc]	[g]	[cc]
8111186	8110182	274301800	315.30586	38.3	61.7	19.4	315.31204	33.0*
8111187	8111186	8110182	230.42040	38.3	56.8	18.3	230.42608	33.7*
8111188	8111187	8111186	208.53961	38.3	42.8	15.2	208.54389	35.1
8111189	8111188	8111187	194.62561	38.3	27.7	12.7	194.62838	36.1
8111190	8111189	8111188	196.73880	38.3	14.2	11.3	196.74023	36.6
8111191	8111190	8111189	196.96950	38.3	3.5	11.2	196.96985	36.6
8111192	8111191	8111190	189.00020	38.3	-5.7	11.7	188.99963	36.4
8111193	8111192	8111191	190.66790	38.3	-13.7	12.7	190.66652	36.1
8111028	8111193	8111192	194.23119	38.3	-19.6	13.5	194.22924	35.8

Al(zred) - miara zredukowana do układu „2000”

V - poprawka wyrównawcza

Al(wyr) - miara wyrównana (poprawiona)

mA*Mo, mV, mAwyr - błędy średnie wielkości w kolumnach poprzedzających.

Są to wielkości wyznaczone ściśle w oparciu o macierze

kowariancyjne odpowiednich wektorów wynikowych: Al(zred), V, Al(wyr)

Uwaga: Podobnie jak w długościach, gwiazdka na marginesie oznacza zaistnienie zdarzenia $|V| > 3*mV$, które w sensie przyjętego modelu błędu pomiaru kąta jest mało prawdopodobne, czyli jest spowodowane zakłóceniem zewnętrznym. Może być to np. wpływ lokalnego błędu długości ale także błędnością współrzędnych punktów nawiazania.

KIERUNKI

P L A N Y K I E R U N K Ó W				geonet_w-			
OBSERWACJE				K I E R U N K I W Y R Ó W N A N E			
Nr stanowiska	Nr celu	Ki(zred)	mK.Mo	V	mV	Ki(wyr)	mKwyr
		[g]	[cc]	[cc]	[cc]	[g]	[cc]
7511058	115280300	0.00002	27.1	0.0	18.3	0.00001	19.9
	7511059	142.46200	27.1	0.1	18.3	142.46201	19.9
	7511061	197.18998	27.1	0.0	18.3	197.18998	19.9
	7511060	216.92300	27.1	-0.1	18.3	216.92299	19.9
7511061	7511058	0.00002	27.1	-0.2	18.2	400.00000	20.1
	7511062	140.66100	27.1	-0.1	18.2	140.66099	20.1
	7511064	199.75898	27.1	0.2	18.2	199.75900	20.1
	7511063	379.76400	27.1	0.1	18.2	379.76401	20.1
7511064	7511061	0.00002	27.1	-0.4	18.1	399.99998	20.2
	7511065	71.81600	27.1	0.0	18.1	71.81600	20.2
	7511067	200.16699	27.1	0.4	18.1	200.16703	20.2
	7511066	278.47400	27.1	0.0	18.1	278.47400	20.2

Objaśnienia kolumn analogiczne do poprzednich wykazów:

Ki(zred) - miara kierunku zredukowana do układu „2000”

V - poprawka wyrównawcza

Ki(wyr) - miara kierunku wyrównana (poprawiona)

mK*Mo, mV, mKwyr - błędy średnie wielkości w kolumnach poprzedzających.

AZYMUTY TOPOGRAFICZNE (KĄTY KIERUNKOWE) jako pseudoobserwacje

----- geonet_w -----									
P L A N Y AZYMUTÓW			OBSERWACJE		WIELKOŚCI WYRÓWNANE				
0 (NS)	Nr(I)	Nr(J)	Az(obs)	mA.Mo	V	mV	Az(wyr)	mAwyr	
			[g]	[cc]	[cc]	[cc]	[g]	[cc]	
0	12621281	125201700	382.32550	6.8	-1.6	2.1	382.32534	6.4	
0	8800191	115401900	319.72710	6.8	-0.1	1.8	319.72709	6.5	
0	9439261	115402600	61.55980	6.8	2.0	2.0	61.56000	6.5	
0	10031181	115380500	232.65660	6.8	1.0	1.6	232.65670	6.6	
0	11981252	125255002	297.30150	6.8	-0.2	1.7	297.30148	6.6	
0	12621272	125255200	371.96560	6.8	1.9	1.7	371.96579	6.6	

.....
Uwaga: miary kątów kierunkowych są wyrażone bezpośrednio w układzie „2000” więc nie podlegały wcześniej redukcjom. Inaczej będzie z miarami azymutów geodezyjnych, pozyskanymi np. z przekształcenia wektorów GPS w wektory linii geodezyjnych. Miary azymutów geodezyjnych podlegają redukcjom do układu odwzorowawczego z dwóch tytułów:

- zbieżności południków,
 - redukcji odwzorowawczej kierunku
- (por. wytyczne techniczne G-1.10)

(część IV , 2003-12-01)

8. Elementy kontrolne procesu obliczeniowego sieci

Protokół ścisłego wyrównania sieci w systemie GEONET zawiera informacje pozwalające na ocenę jakościową wyników, zarówno w aspekcie formalnej poprawności obliczeń wedle zasad metody najmniejszych kwadratów, jak też w aspekcie wypełnienia wymagań dokładnościowych i niezawodnościowych danej klasy/rzędu osnowy: szczegółowej, pomiarowej lub specjalnej.

Liczebności podzbiorów danych pozwalają już na wstępie (przed wyrównaniem) określić takie cechy globalne sieci jak: nadwymiarowość, wskaźnik niezawodności (nadwymiarowość względna). W podanym poniżej przykładzie wskaźnik niezawodności $z\% = (NW/M) \cdot 100\%$ wynosi ok. 29% , co znaczy, że jest bliski „dobrego standardu” 30% dla nowozakładanych sieci III klasy:

Statystyka zbiorów danych:

Liczba wszystkich punktów sieci	LP = 1200
Liczba azymutów (kątown kierunkowych)	LAZ = 4
Liczba azymutów geodezyjnych (->GPS)	LAG = 0
Liczba obserwacji odległościowych	LD = 1535
Liczba pseudoobserwacji odległościowych (->GPS)	LDG = 0
Liczba stanowisk obserwacji kierunkowych	LPK = 141
Liczba obserwacji kątowych	LKA = 1353
Liczba obserwacji kierunkowych	LKI = 417
Liczba punktów nawiązania sieci	LS = 80
Liczba pseudoobserwacji współrzędnych	Lx = 0
Liczba niewiadomych współrzędnych	N = 2240
Liczba równań (pseudo)obserwacyjnych	M = 3168
Liczba stałych orientacji kierunków	LZ = 141
Liczba elementów nadwymiarowych	NW = 918

Niezawodność globalna: 29%

Ważną informacją potwierdzającą **lokalną poprawność** konstrukcji geometrycznej sieci jest wykaz liczebności niezależnych obserwacji wyznaczających każdy punkt sieci:

WYZNACZALNOŚĆ PUNKTÓW WZGLĘDEM SASIEDZTWA:

Nr punktu	Ilość niezależnych liniowo elementów wyznaczających punkt.	Komentarz.
-----------	--	------------

231110	5	
241273	5	
411290	8	
421290	5	
421350	4	*
421307	5	
421343	2	*** BEZ KONTROLI
241244	5	
411418	3	*

Komentarz

Jeśli dany punkt sieci jest punktem ciągu poligonowego, wtedy zwykle liczba elementów wyznaczających powinna wynosić 5 (dwa boki + dwa kąty z punktów sąsiednich + kąt na punkcie). W przypadku liczby 2 – punkt nie ma niezależnej kontroli. Jeśli występuje 4 lub 3 (za wyjątkiem sytuacji wcięć), należy sprawdzić, czy nie opuszczono jakiejś obserwacji; kąta lub długości. Przy manualnym tworzeniu zbiorów danych taki przypadek jest bardzo prawdopodobny – co pokazuje praktyka.

Proces wyrównania sieci poziomej ma charakter nieliniowego zadania metody najmniejszych kwadratów. [istotne teoretyczne kwestie dotyczące wyrównania sieci zostaną przedstawione w jednej z kolejnych części publikacji w formie „kompilacji podstaw teoretycznych wyrównania sieci”]. W związku z tym każde zadanie wyrównania sieci poziomej realizowane jest automatycznie w kilku powtarzanych cyklach iteracyjnych (wedle metody GAUSSA-NEWTONA) w tym sensie, że współrzędne wynikowe kolejnego cyklu stają się współrzędnymi przybliżonymi do cyklu następnego. Jeśli sieć nie zawiera sytuacji defektowych (technicznie niepoprawnych) wówczas wystarczającą dokładność numeryczną wyników uzyskuje się po 2-4 cyklach iteracyjnych. Dzięki zastosowaniu tej procedury, współrzędne początkowe (przybliżone) mogą mieć niewielką dokładność. Z testów praktycznych wynika, że jeśli współrzędne przybliżone mają błąd nawet rzędu dziesiątek metrów (przy bokach kilkusetmetrowych), po 2-4 cyklach uzyskuje się dokładność numeryczną na poziomie 0.0001m. Kontrolą zbieżności procesu iteracyjnego są następujące parametry (według oznaczeń na tabulogramach):

- [pVV]- suma ważonych kwadratów poprawek (funkcja celu metody najmniejszych kwadratów)**
- [pLL]- suma ważonych kwadratów wyrazów wolnych liniowych równań poprawek**
- Mo - empiryczny błąd średni jednostkowy (błąd średni obserwacji typowej – o wadze = 1) wyznaczony na podstawie poprawek (w publikacji stosujemy też oznaczenie: μ_o).**
 $Mo = ([PCV]/NW)^{1/2}$, NW – ilość elementów nadwymiarowych sieci,
- Średniokwadratowa poprawka współrzędnej (poprawka współrzędnej = wielkość dodawana do współrzędnej przybliżonej w wyniku wyrównania sieci w danym cyklu.**

Przykładowo:

[pLL]= 103461.41099	ZALECONO KONTYNUACJE	
[pVV]= 921.54584	Mo= 0.9965 (niemian.)	
ITER = 1		
SR. POPR. WSPOLRZ.=	0.077m	
[pLL]= 921.66608		
[pVV]= 921.57705	Mo= 0.9965 (niemian.)	
ITER = 2		
SR. POPR. WSPOLRZ.=	0.000m	
[pLL]= 921.57705		
[pVV]= 921.57705	Mo= 0.9965 (niemian.)	
ITER = 3		
SR. POPR. WSPOLRZ.=	0.000m	

Komentarz

Sygnałem do przerwania procesu jest równość [pVV]=[pLL] (PLL dokładnością do kilku pierwszych cyfr znaczących). Efekt ten wynika stąd, że przy zerowych zmianach współrzędnych, wyrazy wolne równań poprawek zrównują się z poprawkami do obserwacji.

Ważnym wskaźnikiem poprawności sieci jest wartość średniego błędu jednostkowego Mo.

Jeśli wagi obserwacji liczono jako odwrotności kwadratów błędów średnich obserwacji (tak czyni większość programów) to obliczony z poprawek błąd średni jednostkowy Mo powinien być liczbą zbliżoną do jedności (w praktyce dopuszczamy odstępstwo rzędu 10%). Oznacza to, w przybliżonej interpretacji, że przeciętne wartości poprawek obserwacyjnych są tego samego rzędu, co przyjęte do wagowania błędy średnie tych obserwacji. Jeśli np. Mo = 2.0 wówczas założone do wagowania błędy średnie są zbyt zaniżone (poprawki są przeciętnie dwukrotnie większe). W takiej sytuacji powinniśmy zmienić założenia dokładnościowe (powiększyć dwukrotnie wartości błędów średnich – jeśli warunki danej klasy sieci na to pozwalają). Zwiększenie wartości Mo może wynikać oczywiście także z istnienia kilku „psujących” elementów (obserwacji) odstających.

Bardziej adekwatną ocenę dają tzw. cząstkowe estymaty błędu średniego Mo – t.j. obliczone na podstawie poprawek dla różnych grup obserwacji – oddzielnie dla kątów, długości, kierunków itd. Przykładowy fragment protokołu w tym zakresie:

```

# Kontrolne parametry wyrównania:
[pll] =      921.577049338716200
[pvv] =      921.577049338236000
  Mo =      0.996533349647319
# Cząstkowe estymaty błędów średnich
i liczby stopni swobody:
- dla długości  Mo(1) =      0.9551  f1 =      430.4866
- dla kątów     Mo(2) =      1.0572  f2 =      379.4451
- dla kierunków Mo(3) =      0.9443  f3 =      116.9465
- dla azymutów Mo(4) =      0.6364  f4 =      1.1218

```

Istotne dysproporcje względem siebie lub odchylenia od jedności, pomimo, że parametr globalny M_o jest bliski 1, są podstawą do dokonania ewentualnych korekt założeń a-priori. W takim przypadku, otrzymana wartość estymaty cząstkowej jest po prostu współczynnikiem, przez który należy pomnożyć przyjętą wcześniej wartość błędu średniego obserwacji. Wielkości f_1, f_2, \dots w podanym przykładzie są proporcjonalną dla danej grupy obserwacji częścią ogólnej ilości elementów nadwymiarowych sieci. Ze względu na własności statystyczne rozważanych parametrów, mówienie o ewentualnych korektach założeń a-priori ma sens tylko wtedy, gdy nadwymiarowość grupy czyni ją dostatecznie wiarygodną (według niektórych tezy, do tego nadaje się „próba” co najmniej 30 elementowa). W tym znaczeniu nie jest dostatecznie wiarygodna ocena parametru $M_o(4)$ (w podanym przykładzie). W takiej sytuacji bardziej wiarygodne mogą być oceny a-priori, oparte na innych informacjach – np. na zbiorze odchyłek pomiędzy seriami pomiarów.

Nie jest również w pełni właściwa sytuacja zbyt zaniżonej wartości M_o (lub estymat cząstkowych – poza przypadkiem ich niewielkiej wiarygodności). To świadczy, że faktyczna dokładność pomiaru sieci jest wyższa niż wynika to z założeń a-priori. Współczynnikiem ewentualnej korekty założeń jest również empiryczna wartość M_o lub jej estymaty cząstkowej.

Podstawowym elementem warunkującym zaliczenie osnowy do określonej klasy jest maksymalny błąd położenia punktu M_p .

Tabulogram wyników wyrównania sieci zawiera te informacje jako finalne, przykładowo:

----- geonet_w-----							
W S P Ó Ł R Z E D N E				W Y R Ó W N A N E			
Lp.	NRP	X(2000)	Y(2000)	Mx A	My B	Mp Fi	KL
1	30101097	5801949.821	7618178.920	0.034	0.023	0.041	
2	30101092	5803530.807	7617901.170	0.055	0.041	0.068	
				0.058	0.036	172.521	
.....							
7667	33460552	5770242.690	7613154.770	0.000	0.000	0.000	s
7668	306307101	5796848.369	7588420.666	0.000	0.000	0.000	s
				0.000	0.000	0.000	
PRZECIĘTNY BŁĄD POŁOŻENIA =				0.0409m			
MAKSYMALNY BŁĄD POŁOŻENIA =				0.0785m NRP: 33971112			

(część V , 2003-12-08)

9. Dołączenie wektorów GPS do sieci klasycznej

Zasady ogólne

Jak już wcześniej wspomniano, sieci poziome mogą być integrowane zarówno z wielu, opracowywanych wcześniej fragmentów obszarowych, jak też z obserwacji różnego rodzaju (pochodzących z różnych epok pomiarowych - z zasobów archiwalnych i z nowych pomiarów). Istotne znaczenie jakościowe (dokładnościowe i niezawodnościowe) dla nowo-opracowywanej sieci mają wektory GPS. Ich „fenomenem” jest to, że niezależnie od długości wektora (praktycznie do kilkudziesięciu kilometrów) zachowują „prawie” stałą, subcentymetrową dokładność, zarówno w zakresie radialnym (odległości) jak też poprzecznym (sprzężonym), czyli w zakresie orientacji (określenia kierunku) w przestrzeni trójwymiarowej. Ta cecha pozwala na „usztynienie” całości sieci, korzystne zwłaszcza w przypadku braku dostatecznej liczby punktów nawiązania.

W zależności od projektowanych kampanii pomiarowych, wektory GPS mogą tworzyć samoistnie wyznaczalne konstrukcje – podsieci, jak też stanowić dowolne układy rozproszone, powiązane jedynie przez obserwacje klasyczne (nawet pojedynczy wektor może stanowić istotną informację jakościową dla całej sieci).

Jeśli wyrównanie całości sieci przeprowadzamy w jakimś układzie kartograficznym, np. „2000” lub „1992” wówczas wektory GPS powinny być również „sprowadzone” do takiego układu poprzez odpowiednie przekształcenia matematyczne. Przekształcenie to składa się z dwóch etapów:

- 1) Rzutowanie na określoną elipsoidę, czyli przekształcenie wektora kartezjańskiego (określonego w trójwymiarowym układzie geocentrycznym elipsoidy **GRS-80 / WGS-84**) w wektor „półbiegunowy”:

$$[\Delta X, \Delta Y, \Delta Z] \Rightarrow [s, A_g, \Delta H_e]$$

gdzie: s - długość linii geodezyjnej, łączącej na elipsoidzie punkty, będące rzutami normalnymi (hertmertsowskimi) punktów pomiarowych (stanowisk anten),
 A_g - azymut geodezyjny linii geodezyjnej w punkcie początkowym,
 ΔH_e - różnica wysokości elipsoidalnych (różnica odległości punktów pomiarowych od elipsoidy).

Należy dodać, że jeśli sieć ma być wyrównywana w układzie odwzorowawczym innej elipsoidy niż GRS-80 / WGS-84 (np. w układzie „1965” wywodzącym się z elipsoidy **Krasowskiego**) wówczas opisane przekształcenie musi uwzględniać („po drodze”) przekształcenie wektora GPS do układu kartezjańskiego tej drugiej elipsoidy: $[\Delta X, \Delta Y, \Delta Z] \Rightarrow [\Delta X', \Delta Y', \Delta Z'] \Rightarrow [s', A_g', \Delta H_e']$ (ostateczne wyniki podlegają wykorzystaniu w kolejnym etapie).

- 2) Przekształcenie wektora linii geodezyjnej $[s, A_g]$ w wektor na płaszczyźnie odwzorowawczej (układu kartograficznego), czyli wprowadzenie odpowiednich poprawek odwzorowawczych dla długości i azymutu geodezyjnego, oraz przekształcenie różnicy wysokości elipsoidalnych ΔH_e na odpowiadającą różnicę wysokości normalnych ΔH_n :

$$\begin{aligned} [s, A_g] &\Rightarrow [d, A_t] & (d = s + ds; \quad A_t = A_g + dA = \text{ką t kierunku na płaszczyźnie}) \\ \Delta H_e &\Rightarrow \Delta H_n & (\text{dodanie różnicy undulacji geoidy}) \end{aligned}$$

ds - wielkość redukcji odwzorowawczej długości, dA - wielkość redukcji odwzorowawczej azymutu, której komponentami są: zbieżność południków (γ) oraz redukcja odwzorowawcza kierunku linii geodezyjnej.

Redukcja wysokościowa, realizowana przy wykorzystaniu numerycznego modelu geoidy, służy odrębnemu wyrównaniu sieci wysokościowej (jako tzw. niwelacji satelitarnej), natomiast odwzorowane miary długości i azymutów (kątown kierunkowych na płaszczyźnie odwzorowawczej), jako tzw. pseudoobserwacje, mogą być dołączone do innych (klasycznych) zbiorów danych, tworząc sieć zintegrowaną.

Określonym powyżej przekształceniom towarzyszy równoległe przekształcenie (zgodnie z prawem propagacji błędów średnich Gaussa) odpowiednich parametrów dokładnościowych (podmacierzy kowariancyjnych), które stanowią z kolei element modelu stochastycznego sieci, będący podstawą optymalnego wagowania obserwacji.

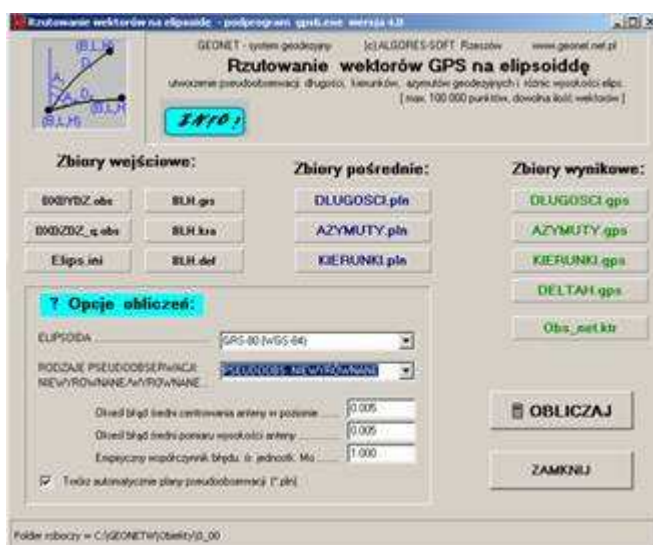
Należy w tym miejscu dodać, że prezentowany sposób wykorzystania wektorów GPS w celu ich włączenia do sieci klasycznej, nie ma znaczenia obligatoryjnego (stosowane jest „standardowo” w systemie **GEONET**). W szczególności możliwe jest założenie, że przestrzenią podstawową dla wyrównania sieci jest przestrzeń kartezjańska, w której wyznaczane są wektory GPS. W takim przypadku należałoby postąpić odwrotnie, tzn. wszystkie obserwacje klasyczne traktować jako elementy tej przestrzeni – wyrażając w niej odpowiednio równania poprawek dla tych obserwacji.

Innym podejściem (dostępnym również w pakiecie oprogramowania **GEONET**) jest wyrównanie sieci wprost na elipsoidzie (odpada etap redukcji odwzorowawczych). Przejście do określonego układu kartograficznego następuje już po wyrównaniu sieci, poprzez formuły transformacyjne.

Programy w pakiecie GEONET

Moduł GPS w pakiecie **GEONET** zawiera programy realizujące następujące zadania (poniżej prezentujemy charakterystyki programów istotnych dla tematu):

- konwersję protokołów postprocessingu na zbiory zawierające jedynie niezbędne informacje dla procesów obliczeniowych sieci (plany obserwacji, składowe wektorów i elementy macierzy kowariancyjnych),
- wstępną kontrolę zamknięć wektorów w „oczkach” - wykrywanie ewentualnych błędów grubych,
- wyrównanie sieci wektorowej GPS jako sieci jednorodnej,
- rzutowanie wektorów na elipsoidę (**GRS-80/WGS-84, Krasowskiego** lub inną - definiowaną),
- wyrównanie sieci geodezyjnej na elipsoidzie (**GRS-80/WGS-84, Krasowskiego** lub innej - definiowanej), możliwe do zastosowania także dla samych obserwacji klasycznych (programem tym była wyrównania w roku 1996 sieć I klasy zawierająca ok. 6500 punktów)
- transformacje wysokości elipsoidalnych na normalne przy zastosowaniu formuły aproksymacyjnej – w oparciu o niwelacyjne punkty dostosowania,
- transformacje wysokości elipsoidalnych na normalne przy wykorzystaniu numerycznego modelu geoidy (zasada niwelacji satelitarnej jako alternatywna metoda wyznaczania wysokości normalnych).



Program przekształcania wektorów GPS w wektory linii geodezyjnych i różnice wysokości elipsoidalnych (pseudoobserwacje)

Dane są wektory GPS wraz z elementami macierzy kowariancyjnych lub błędami średnimi składowych oraz przybliżone współrzędne geodezyjne punktów.

Opcje zadania:

- wybór elipsoidy dla wyznaczanych pseudoobserwacji (GRS-80/WGS-84 lub Krasowskiego)
- wybór rodzaju obliczeń (standardowo według opisanego algorytmu; opcjonalnie – obliczenie analogicznych miar [s, Ag, ΔHg] w oparciu o same współrzędne geodezyjne punktów)
- określenie dokładności centrowania i pomiaru wysokości anten oraz (ewentualnie współczynnika zmiany parametrów dokładnościowych określonych na etapie postprocessingu – standardowo 1.0).

Jeśli wektory GPS tworzą samoistnie sieć wyznaczalną, wówczas istotnym elementem kontrolnym staje się zadanie niezależnego wyrównania tej sieci lub kontrola zamknięć wektorów w „oczkach”. Aby zweryfikować wewnętrzną poprawność wektorów stosujemy tzw. wyrównanie swobodne przy minimalnej ilości elementów nawiązania. Ponieważ wektory GPS mają pełną orientację w przestrzeni (podobnie jak azymuty w sieci płaskiej) zatem do wyrównania swobodnego wystarczy przyjąć tylko jeden punkt nawiązania, np. o współrzędnych przybliżonych B,L,H. Alternatywą może być przyjęcie przybliżonych współrzędnych kartezjańskich X,Y,Z jednego punktu (np. z przekształcenia matematycznego współrzędnych B,L,H), a także założenie przybliżonych współrzędnych geodezyjnych B,L dla jednego punktu oraz dla punktu innego przybliżonej wysokości elipsoidalnej H.

Wyrównanie swobodne sprawdza tylko wewnętrzną poprawność układu wektorów. Równie istotnym elementem kontrolnym jaki możemy zastosować jeszcze przed wyrównaniem sieci zintegrowanej, a dotyczącym punktów nawiązania, jest wyrównanie sieci wektorowej GPS z uwzględnieniem wszystkich punktów nawiązania, dla których posiadamy lub możemy pozyskać (przez przeliczenie) współrzędne B, L lub H. Program wyrównania sieci wektorowej GPS dopuszcza wszystkie tego typu ewentualności nawiązań.



Wyrównanie sieci wektorowej GPS (max. 10000 punktów, 30000 wektorów)

Przed egzekucją programu wybieramy opcje specjalne dotyczące:

- dodatkowych parametrów dokładnościowych nie ujętych w algorytmach postprocessingu (błędy średnie centrowania i pomiaru wysokości anten),
- ewentualnej automatycznej korekty założeń a-priori dotyczących dokładności obserwacji,
- rodzajów informacji wynikowych (np. dodatkowego przeliczenia współrzędnych na elipsoidę Krasowskiego).

Współrzędne wynikowe (BLH lub kartezjańskie XYZ) Na określonej elipsoidzie mogą być przekształcane do dowolnego układu kartograficznego za pomocą programu **UNITRANS**



Wyrównanie sieci na elipsoidzie (max. 10000 punktów)

Przed egzekucją programu wybieramy opcje specjalne dotyczące rodzaju elipsoidy, zasad wagowania i trybu liczenia (z ograniczoną lub pełną informacją wynikową).

Istniejące („podświetlone”) zbiory oznaczają dla przykładu wyrównanie sieci zintegrowanej - zbiory dlugosci.gps, azymuty.gps zawierają pseudoobserwacje pozyskane z wektorów GPS, natomiast zbiory pozostałe – z pomiarów klasycznych.

Pseudoobserwacje (z wektorów GPS) nie podlegają już żadnym redukcjom, natomiast obserwacje klasyczne podlegają jedynie redukcjom na elipsoidę (najważniejsza jest redukcja długości ze względu na wysokość – elipsoidalną).

Współrzędne wynikowe (BL) na określonej elipsoidzie mogą być przekształcane do dowolnego układu kartograficznego za pomocą programu **UNITRANS**

(część VI , 2004-10-05)

10. Efekt zmiany wysokości przy rzutowaniu wektorów GPS na elipsoidę (ocena wielkości błędu systematycznego).

Wprowadzenie

Operacja rzutowania wektorów GPS $[\Delta X, \Delta Y, \Delta Z]$ na elipsoidę dokonuje się przy założeniu przybliżonych współrzędnych punktów początkowych wektorów. W programach systemu GEONET informację o położeniu wektorów w przestrzeni zawiera np. zbiór o nazwie **BLH.grs** [dla elipsoidy **GRS-80 (WGS-84)**] lub zbiór **BLH.kra** (dla elipsoidy **Krasowskiego**). Zbiory te są wynikiem uprzedniego wyrównania sieci wektorowej, przy czym aby to zadanie było wykonalne jednoznacznie należało założyć a-priori współrzędne **B,L,H** co najmniej jednego punktu „zaczepienia” sieci (równoważnie matematycznie mogą to być też współrzędne kartezjańskie-geocentryczne **X,Y,Z** będące odpowiednimi funkcjami **B,L,H**).

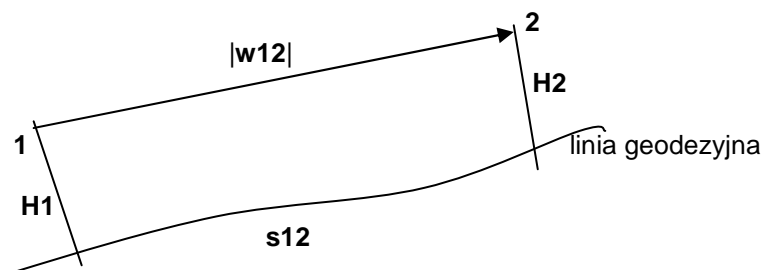
Naturalne jest pytanie: jak wpływa błędność punktu zaczepienia wektora na miary wyznaczanych pseudoobserwacji, jako elementów geometrycznych na powierzchni elipsoidy (długość i azymut linii geodezyjnej)?

Z geometrii zadania wynika, że efekty systematyczne, zwłaszcza z tytułu błędności wysokości, są analogiczne jak w przypadku redukcji klasycznych obserwacji geodezyjnych [obserwacji długości i obserwacji kierunkowych (kątowych)], przy założeniu normalnego (helmertowskiego) rzutowania końców wektorów na elipsoidę. Należy zaznaczyć, że jeśli sieć wektorowa GPS jest nawiązana do punktów osnowy wyższego rzędu, np. punktów **POLREF** o znanych pełnych współrzędnych **B,L,H** (dane wysokości elipsoidalne) wówczas powyższy problem praktycznie znika. Podobnie będzie również w sytuacji „minimalnego” nawiązania sieci, gdy współrzędne **B, L** punktu mają co najmniej dokładność bezwzględnych wyznaczeń GPS (z błędem liniowym do kilku - kilkudziesięciu metrów), zaś do określenia wysokości elipsoidalnej **He** punktu użyjemy wiarygodnej wysokości normalnej **Hn** i wielkości odstępu geoidy **N** określonego z numerycznego modelu geoidy: **He = Hn + N**. Rozważymy przede wszystkim istotną kwestię wpływu błędu wysokości na wyznaczone długości linii geodezyjnych.

Wpływ błędu wysokości na wektor linii geodezyjnej

Weźmy dla przykładu wektor

$w_{12} = [\Delta X_{12}, \Delta Y_{12}, \Delta Z_{12}] = [8280.6221, -4998.3585, -4949.1128]$ o długości ≈ 10 km:



rys. 10.1

zaczepiony w punkcie 1 o współrzędnych:

B = 50° 47' 44.73575", **L = 19° 54' 0.73455"**, **H1 = 289.011m** (w układzie elipsoidy GRS-80)

[wysokość **H2** jest już funkcją współrzędnych punktu 1, składowych wektora **w12** i parametrów elipsoidy].

W wyniku rzutowania punktów 1, 2 na elipsoidę i połączenia ich rzutów linią geodezyjną otrzymamy następujące miary biegunowe linii geodezyjnej:

s12 = 10864.3710 m, **A12 = 248.6537820 [g]** (długość i azymut początkowy linii geodezyjnej)

Zmieniając wysokość **H1** o **dH = 10 m** (czyli do **299.011m**) dostaniemy natomiast następujące wyniki:

$s_{12} = 10864.3540\text{m}$, $A_{12} = 248.6537822$ [g].

Zestawiamy je finalnie dla różnych wartości zmian wysokości w tab.10.1:

----- tab.10.1 -----

dH[m]	s ₁₂ [m]	A ₁₂ [g]
0	10864.3710	248.6537820
10	10864.3540	248.6537822
20	10864.3369	248.6537823
50	10864.2859	248.6537827
100	10864.2008	248.6537834
300	10863.8603	248.6537861

Zmiana azymutu (dla przyjętych danych) ma ekstremalnie wymiar błędu liniowego rzędu dziesiątych części milimetra (jest więc w podobnych warunkach nieistotna), natomiast zmiana długości odpowiada w przybliżeniu klasycznej redukcji długości ze względu na błąd wysokości (wysokość):

$$ds = s * dH / R_s \quad (R_s \sim \text{średni promień krzywizny Ziemi})$$

Przykładowo, dla $dH = 100\text{m}$: $ds \sim 10900 * 100 / 6370000 \sim 0.17\text{m}$.
i odpowiednio proporcjonalnie dla innych długości i zmian wysokości.

Lokalna zmiana skali sieci w wyniku błędu wysokości rzędu dh wynosi zatem $dm = ds/s = dh/R_s$ (w miarę „oddalania” się sieci od powierzchni elipsoidy następuje skracanie miar liniowych).

Korekta skali podsieci GPS na elipsoidzie lub na płaszczyźnie odwzorowawczej

Jeśli sieć wektorowa GPS, po jej wyrównaniu w układzie trójwymiarowym, jest przedmiotem transformacji do jakiegoś układu odwzorowawczego elipsoidy, np. do układu „2000” lub „1965”, to zgodnie z ogólnie przyjętą procedurą, na etapie finalnym takiej transformacji, już na płaszczyźnie układu odwzorowawczego, dokonuje się wpasowania sieci w lokalny układ punktów dostosowania (klasy wyższej niż sieć transformowana). To ostateczne wpasowanie realizuje się po prostu transformacją **Helmerta**. Dodatkowo, metodą **Hausbrandta** dokonuje się wyrównania (dystrybucji) powstałych odchyłek współrzędnych. Ponieważ zmiana skali jest istotnym parametrem transformacji **Helmerta** (szczegóły podane są np. w Wytycznych Technicznych G-1.10), więc opisywany powyżej efekt wysokościowy (wpływ błędu wysokości) zostaje niejako automatycznie wyeliminowany. Parametr zmiany skali w transformacji **Helmerta** zawiera więc pośrednio informację o ewentualnym błędzie wysokości - stanowi empiryczne przybliżenie wielkości teoretycznej dm (o ile nie mamy do czynienia z istotnym wpływem innych źródeł błędów).

Empiryczny parametr dm pozyskany z transformacji **Helmerta** (jeśli dane są wiarygodne punkty dostosowania) można wykorzystać do ewentualnej korekty skali podsieci GPS, przed jej połączeniem z obserwacjami klasycznymi (w sieci zintegrowanej). Powyższa operacja jest wskazana w następujących przypadkach sieci zintegrowanych:

- jeśli szacowany wpływ błędu wysokości (przesunięcia pionowego) podsieci GPS przekracza oszacowania krytyczne dla danej klasy sieci, określonego wzorem analogicznym jak dla redukcji długości n.p.o.
- jeśli integracja sieci następuje na płaszczyźnie układu lokalnego (skala sieci GPS powinna być uzgodniona ze skalą układu lokalnego w oparciu o punkty bazowe tego układu)
- w sieciach specjalnych (precyzyjnych), służących np. do badań przemieszczeń punktów.

W innych sytuacjach, zwłaszcza gdy zbiór nawiązania sieci GPS ma poprawnie określone wysokości, korekty skali nie są konieczne. Zachowanie izometrycznego kształtu sieci GPS może służyć także celom odwrotnym – kontroli skali i dokładności sieci już istniejących w danym obszarze.

11. Problematyka transformacji osnów do nowych układów współrzędnych.

Wprowadzenie

Transformacja osnów poziomych (głównie **pomiarowych**, jak również w pewnym zakresie osnów **III klasy**) z układu „1965” lub lokalnego do nowego układu „2000”, wobec generalnego wymogu przejścia do tego układu z całym zasobem geodezyjnym i kartograficznym – wielkoskalowym, jawi się dziś jako zadanie bardzo atrakcyjne, bo mało kosztowne. Korzystając jednak wyłącznie ze zbiorów współrzędnych w układzie pierwotnym (bazy danych w istniejących bankach osnów poziomych) musimy mieć świadomość „powielenia” (przenoszenia do układu „2000”) ewentualnych błędów grubych jakie mogą w tych zbiorach występować. Nawet jeśli z różnych przyczyn formalnych (braki danych, koszt ich pozyskania w formie elektronicznej) nie jest możliwe przeprowadzenie kompletnego, ścisłego wyrównania sieci, celowym wydaje się dokonanie wrywkowej diagnostyki kontrolnej, przy wykorzystaniu np. miar zawartych na opisach topograficznych punktów (należy przy tym uwzględnić fakt, że miary na opisach w przeciwieństwie do miar obliczanych ze współrzędnych, nie zawierają z zasady redukcji odwzorowawczych).

Istotnymi elementami formuł transformacji współrzędnych z układu „1965” lub lokalnego do układu „2000” są:

- formuły transformacji matematycznej pomiędzy układami (wg Wytycznych Technicznych G-1.10)
- funkcje korygujące (korekty) wynikające z odstępstw (dystorsji) **rzeczywistego** układu „1965” (układu określonego przez „archiwalne” osnowy geodezyjne) względem teoretycznego (matematycznego) układu „1965” (układu określonego przez matematyczne związki z układem „2000” lub „1992” lub ogólniej: **ETRF’89**, reprezentowanym przez nowo-wyrównane osnowy **I + II** klasy).

Formuły transformacji matematycznej nie wymagają komentarzy, natomiast poprawne użycie funkcji korygujących stają się warunkiem optymalności wykonania zadania (uzyskania możliwie najdokładniejszych współrzędnych po transformacji, czyli w układzie docelowym).

Funkcje korygujące (korekty) dzielimy na:

- **globalne** (dla całej strefy układu „1965”), eliminujące główny (systematyczny) składnik dystorsji układu (sięgający realnie nawet do wartości ok. 1m),
- **lokalne**, realizowane przy użyciu lokalnej **transformacji Helmerta** i poprawek **Hausbrandta** w oparciu o zbiór punktów dostosowania klasy wyższej niż klasa punktów transformowanych.

Korekty globalne mają charakter stały (uniwersalny) – zostały aproksymowane w oparciu o wszystkie punkty I + II klasy, w postaci funkcji nieliniowych. Funkcje korekt globalnych mogą być dołączone do programów transformacji jako elementy opcjonalne (możliwości takie mają np. programy: **GEONET_unitrans**, **SWDE_konwertor 2000**, **EwMapa**, **GeoINFO** (we wszystkich programach użyto identyczne funkcje korekt). Jakkolwiek korekty globalne eliminują główny składnik błędu systematycznego układu „1965”, a ich błąd standardowy w sensie średniokwadratowej odchyłki współrzędnej jest szacowany na poziomie 0.03-0.04m, ze względów numerycznych cechują się pewnym stopniem generalizacji, nie eliminując wyjątkowych lokalnych anomalii tego układu (głównie z powodu błędności współrzędnych punktów II klasy w układzie „1965”), osiagających wartości 0.18-0.20 m (sytuacje takie jako wyjątki są ściśle lokalizowane w obszarze Polski). Dlatego istotną funkcję eliminującą pozostały składnik (losowy lub quasi-systematyczny) dystorsji, zwłaszcza przy transformacji osnów, przejmują korekty lokalne.

Niektóre algorytmy transformacji osnów opierają się wyłącznie na zastosowaniu korekt lokalnych. Jak to ma skutki jakościowe? O własnościach korekt z przykładami transformacji w kolejnym odcinku, tj.

(część VII , 2004-10-06)

11. Problematyka transformacji osnów do nowych układów współrzędnych [c.d.]

Geneza i własności korekt globalnych układu „1965”

Z chwilą oficjalnego wprowadzenia, w roku 2000 w obszarze Polski, europejskiego systemu odniesień przestrzennych **ETRS** z układem odniesienia **ETRF'89** wraz z definicjami nowych układów współrzędnych „1992”, „2000” (Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 8.09. 2000, Dz.U. nr 70, poz. 821), polska geodezja dysponowała już w tych układach pełną bazą osnów geodezyjnych I + II klasy, a przede wszystkim nowo-założoną satelitarną siecią („0” rzędu lub inaczej klasy **Is**) **EUREF-POL+POLREF** (ok. **350** punktów). Nowa baza osnów powstała w wyniku wyrównań ścisłych dawnych sieci klasycznych (odtworzonych elektronicznie ze zbiorów archiwalnych), najpierw sieci I klasy (ok. **6500** punktów) w nawiązaniu do sieci **EUREF-POL + POLREF**, a następnie sieci II klasy (ok. **65000** punktów) w nawiązaniu do sieci klasy I. Bazę osnów klasy II uzupełniono o najnowsze podsieci wyznaczone techniką GPS. Warto w tym miejscu poinformować, o wysokich walorach jakościowych nowo-wyznaczonej osnowy I klasy, charakteryzującej przeciętnym błędem położenia punktu rzędu **0.02 – 0.03**, co prawie dorównuje dokładności samej sieci nawiązującej **EUREF-POL+POLREF** (mp ≈ **0.02m**), pomimo klasycznej genezy osnowy I klasy. Nowa baza osnów I + II klasy (**GEOS**) jest dostępna w dowolnych układach współrzędnych nowego systemu [„1992”, „2000”, „BL” elipsoidy **GRS-80 (WGS-84)** w układzie **ETRF'89**]

Równolegle w roku 2000 opublikowano kompletne wzory matematyczne dotyczące starych i nowych układów współrzędnych oraz teoretycznych zasad przeliczeń współrzędnych pomiędzy różnymi układami, w tym także między układami elipsoidalnymi **Krasowskiego** (system **PULKOWO'42**) i **GRS-80/WGS-84 (ETRF'89)** (Wytyczne Techniczne G-1.10). **Powstał więc niemal natychmiast ważny problem poznawczy i praktyczny, porównania „starych” („1965”) i „nowych” (np. „1992”) współrzędnych punktów I-II klasy przy wykorzystaniu dostępnych, matematycznych formuł przeliczeniowych.**

[Trzeba w tym miejscu uzupełnić, że użycie słowa „matematycznych” ma w pewnym sensie znaczenie umowne, ponieważ istnieje jeden element („ogniwo”) takiego przeliczenia, które ma genezę empiryczną. Chodzi tu o formułę przejścia pomiędzy starym i nowym systemem elipsoidalnym (z elipsoidy Krasowskiego na elipsoidę GRS-80 - zob. W.T. G-1.10), która została estymowana w oparciu o ok. 200 punktów dostosowania I klasy, posiadające zarówno archiwalne współrzędne BLH w systemie PULKOWO'42, jak też nowo-wyznaczone techniką GPS współrzędne BLH w układzie ETRF'89.]

Porównanie takie w odniesieniu do 69 781 punktów I+II klasy wykonano, a jego rezultaty ujmuje syntetycznie poniższa tabela 11.1 w części „przed korektą”:

Tab. 11.1 różnice współrzędnych pomiędzy „matematycznym” a „rzeczywistym” układem „1965”

STREFA	liczba Punktów Kl I + II	Statystyki odchyłek bezwzględnych w q% punktów lub [n] liczebność dla próbek q% < 1% przedziały odchyłek [cm]										Odchyłki średniokwadratowe		
		00	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	sx	sy [m]
PRZED KOREKTĄ														
1	22979	14	35	27	18	4	1	[12]	-	-	-	0.17	0.22	
2	13407	12	28	21	27	10	1	-	-	-	-	0.22	0.23	
3	12798	10	30	24	14	10	5	4	2	1	[5]	0.25	0.27	
4	14311	16	28	19	16	12	8	[42]	[1]	-	-	0.28	0.17	
5	6286	[1]	[5]	2	20	69	9	1	[5]	-	-	0.44	0.11	
PO KOREKCIE														
1	22979	97	2	[7]	[2]	-	-	-	-	-	-	0.03	0.04	
2	13407	99	1	[4]	-	-	-	-	-	-	-	0.03	0.03	
3	12798	99	1	[5]	[1]	-	-	-	-	-	-	0.02	0.02	
4	14311	99	1	[7]	[2]	[1]	-	-	-	-	-	0.03	0.03	
5	6286	99	1	[7]	[6]	[2]	[1]	-	[1]	-	-	0.03	0.02	

Dla określonych przedziałów decymetrowych podano % punktów (zaokrąglony do liczby całkowitej), których największa z odchyłek bezwzględnych $e = \max(|eX|, |eY|)$ mieści się w danym przedziale. Jeśli wychodzi mniej niż 1% wówczas zamiast powyższego podaje się w nawiasach kwadratowych [n] wprost liczbę punktów n wypadających w danym przedziale. Jak wynika z analizy szczegółowej rozkładu odchyłek, największe odchylenia rzeczywistego układu „1965” reprezentowanego przez „archiwalne” osnowy geodezyjne, od jego odpowiednika „matematycznego” występują w strefie 3 (maksymalne, powyżej 0.90m zanotowano na trzech punktach klasy I i dwóch punktach klasy II), natomiast z rozkładu powierzchniowego odchyłek wyraźnie widać deformacje całej strefy, mające charakter błędu systematycznego. Podobne efekty systematyczne zaznaczają się w strefie 5, gdzie cała północna część strefy wykazuje w układzie rzeczywistym przesunięcie na południe, przeciętnie o około 0.44 m.

Dysponując rozkładem odchyłek w obszarze Polski dla wszystkich punktów I+II klasy moglibyśmy oczywiście wyznaczać analogiczne odchyłki w dowolnych punktach pośrednich (podlegających transformacji) stosując ogólnie znane metody interpolacyjne (podobnie jak np. przy tworzeniu numerycznego modelu terenu). Przypuśćmy, że jakimś sposobem uzyskalibyśmy wartości tych odchyłek jako eX i eY . Wówczas, dokonując np. transformacji punktu z układu „1965” do układu „2000”, należałoby przed zastosowaniem wzorów matematycznych transformacji, skorygować wartości współrzędnych odpowiednio o eX i eY , czyli:

$$\begin{array}{l} \text{(trans. mat.)} \\ x_{65} + eX \quad \rightarrow \quad x_{2000} \\ y_{65} + eY \quad \rightarrow \quad y_{2000} \end{array}$$

Jeśli korekty nie dokonamy, stosując jedynie transformację matematyczną, wówczas nie „trafimy” na poprawne współrzędne w układzie „2000” (do tego układu „przeniesiemy się” z błędami współrzędnych archiwalnych).

Opisana możliwość interpolacji odchyłek ma tylko znaczenie dydaktyczne. Ze względów technicznych (praktycznych) nie byłoby sensowne zapamiętywanie w programach transformacji wielotysięcznych zbiorów informacji o rozkładzie odchyłek na punktach osnowy. Z tej przyczyny zrodziła się idea utworzenia (wyaprosymowania) na podstawie całego dyskretnego zbioru odchyłek dla każdej strefy układu „1965”, funkcji $fx(x,y)$, $fy(x,y)$, zwane funkcjami **korekt globalnych**, które przynajmniej w istotnym zakresie pozwalałyby przybliżyć szukane wartości odchyłek, czyli

$$\begin{array}{l} eX \approx fx(x,y) \\ eY \approx fy(x,y) \end{array}$$

Funkcje te zostały wyznaczone dla każdej strefy jako wielomiany algebraiczne stopnia 6-9 (zapewne bardziej „eleganckie” byłyby w tym zakresie funkcje harmoniczne). Niezależnie jednak od zastosowanego modelu aproksymacji, funkcje takie będą mieć zawsze charakter generalizujący, pozostawiając pewną „nieopisaną” pseudodolusową część odchyłki [jej wyrównaniem „zajmą się” (jak można powiedzieć) tzw. **korekty lokalne**].

Zastosowanie korekt globalnych czyni zadość ogólnym postulatowi przyjętemu w geodezji, by na podstawie dostępnych informacji wyeliminować ze zbiorów danych błędy systematyczne (lub co najmniej ich istotny składnik). Takimi dostępnymi informacjami są właśnie bazy osnow I + II klasy.

Aby wykazać znaczenie korekt globalnych, wykonano analogiczny test dla współrzędnych skorygowanych (po uwzględnieniu korekt globalnych), a jego wyniki przedstawione w drugiej części tabeli 11.1. Tak więc zbioru współrzędnych archiwalnych xy_{65} I+II klasy poprawiono o wartości wyznaczone z funkcji korekt, a następnie porównano je ze współrzędnymi transformowanymi matematycznie z układu „1992”.

Uzyskane wyniki ukazują przede wszystkim istotne znaczenie korekt globalnych, jako sposobu eliminacji zasadniczego składnika błędu systematycznego układu „1965”. Średniokwadratowe wartości odchyłek mieszczą się już w przedziale 0.02 – 0.04m, zaś w odchyłki przedziale 0.00 – 0.10 wykazuje od 97-99% wszystkich punktów (czyli „prawie” kompletne zbioru punktów I+II klasy).

Niestety, jak widać z tabeli, w przedziale 0.10 – 0.20m wypada jeszcze 1 - 2% punktów, zaś pojedyncze punkty o liczebnościach wskazanych w nawiasach kwadratowych mają już charakter lokalnych anomalii o

charakterze przypadkowym. W tym ostatnim przypadku można sądzić o istnieniu w bazie archiwalnej „zakłóceń”, które warto i można zweryfikować w sensie ewentualnego ich wpływu na osnowy niższych rzędów lub opracowania kartograficzne. Biorąc pod uwagę wielkość i empiryczną genezę bazy archiwalnej w układzie „1965”, można powiedzieć, że wykazane anomalie, jako statystycznie „zjawiska rzadkie” mają prawo się pojawić z odpowiednio małym prawdopodobieństwem. Są to jednak „zjawiska” dokładnie lokalizowane i dzięki temu mogą być przedmiotem konkretnej weryfikacji, czy też eliminacji poprzez **korekty lokalne**.

Odrębnej uwagi wymaga populacja **1 - 2%** punktów z odchyłkami mieszczącymi się w przedziale **0.10 - 0.20m** (w kolejnych strefach liczebności punktów są następujące: 510, 115, 123, 127, 59). Również te punkty mają w każdej strefie określone lokalizacje (można np. wskazać konkretne arkusze sekcyjne map, w który to ma miejsce) ale w aspekcie optymalnego zadania transformacji, odpowiadające „pozostałości” odchyłek (komponenty niewyeliminowane przez korektę globalną) mają charakter lokalnych zmian systematycznych. Dlatego, zwłaszcza w odniesieniu do zadania transformacji osnów geodezyjnych, istotne znaczenie ma zastosowanie **korekt lokalnych**. Należy podkreślić, że użycie **korekt lokalnych** na etapie finalnym **transformacji osnów** jest obligatoryjnie wymagane w każdym przypadku, nawet jeśli „znajdujemy się” w obszarze, gdzie odchyłki mieszczą się w przedziale **0.00 - 0.10m**. W tym ostatnim przypadku, działając w istocie na poziomie „szumu pomiarowego”, trudno jest a priori wykazać, czy korekty lokalne powodują rzeczywiste ulepszenie współrzędnych w stosunku do ich wartości „prawdziwych”, czy też skutek owych korekt jest odwrotny (ma charakter losowy).

W świetle przyjętych już w praktyce algorytmów (por. **Wytyczne Techniczne G-1.10**), korekty lokalne polegają na zastosowaniu transformacji **Helmerta** z wyrównaniem odchyłek na punktach łącznych (punktach dostosowania, wpasowania) metodą **Hausbrandta**. Istnieją też inne propozycje, zmierzające np. do przyporządkowania „na stałe” odpowiednich poprawek interpolacyjnych dla poszczególnych arkuszy sekcyjnych map (zależnie od skali). To pozwoliłoby uniknąć wieloznaczności (na granicach sąsiednich obszarów) i dowolności, zależnych od (subiektywnego) wyboru podzbioru punktów dostosowania.

11. Problematyka transformacji osnów do nowych układów współrzędnych [c.d.]

Korekty lokalne

Jak wiadomo, korekta lokalna stanowi finalny etap transformacji współrzędnych pomiędzy układem „1965” lub **lokalnym**, a układem „2000” lub innym, związanym z nowym systemem odniesień przestrzennych, np. „1992”.

Celem korekty lokalnej jest możliwie optymalne wpasowanie transformowanych współrzędnych w lokalny układ odniesienia „2000” („1992”), reprezentowany współrzędnymi **punktów dostosowania** (punkty posiadające współrzędne zarówno w układzie pierwotnym jak też w układzie docelowym – wtórnym). Oczywiście, zadanie korekty lokalnej będzie możliwe do wykonania tylko wtedy, gdy w zbiorze punktów transformowanych punkty takie istnieją, a ich liczba (**n**) nie jest mniejsza od pewnej **liczby minimalnej**, zależnej od:

- wyboru **modelu matematycznego** korekty,
- wymaganych warunków **technicznej poprawności** zadania.

Biorąc pod uwagę typowy model korekty lokalnej opartej na transformacji HELMERTA i poprawkach HAUSBRANDTA (por. **Wytyczne Techniczne G-1.10**) można powiedzieć, że matematyczne minimum stanowią już $n=2$ punkty dostosowania (4 dane współrzędne przy 4 parametrach wyznaczanych transformacji), ale – ze względu na brak kontroli – to nie wystarcza do spełnienia warunków technicznej poprawności zadania. Można powiedzieć, że „minimalny” układ punktów dostosowania, który może spełniać warunek technicznej poprawności, to układ 3 punktów dostosowania (z 1 punktem kontrolnym). Kompletnie warunki technicznej poprawności układu punktów dostosowania zależą od liczebności punktów transformowanych i ich rozkładu powierzchniowego. Szczegóły w tym względzie zawierają zapisy **Wytycznych Technicznych G-1.10**.

Przypomnijmy podstawowe wzory analityczne transformacji HELMERTA i poprawek HAUSBRANDTA, które w sumie stanowią **model analityczny korekty lokalnej**:

Transformacja HELMERTA

W pierwszym etapie wyznaczamy współczynniki transformacji w oparciu o współrzędne punktów dostosowania (łącznych). Oznaczmy $\{(x_i, y_i) : i = 1, 2, \dots, n\}$, $\{(X_i, Y_i) : i = 1, 2, \dots, n\}$ dane zbiory współrzędnych tych punktów w odpowiednich układach: pierwotnym i aktualnym. Obliczamy najpierw współrzędne środków ciężkości zbiorów punktów w obu układach i dokonujemy odpowiedniego centrowania współrzędnych:

$$\begin{aligned}x_o &= (\sum x_i)/n, & y_o &= (\sum y_i)/n, & X_o &= (\sum X_i)/n, & Y_o &= (\sum Y_i)/n \\ \underline{x}_i &= x_i - x_o, & \underline{y}_i &= y_i - y_o, & \underline{X}_i &= X_i - X_o, & \underline{Y}_i &= Y_i - Y_o \\ & \text{(dla wszystkich } i = 1, 2, \dots, n),\end{aligned} \quad (11.1)$$

a następnie współczynniki transformacji:

$$C = W_1 / W, \quad S = W_2 / W, \quad (11.2)$$

gdzie (parametry pomocnicze) :

$$\begin{aligned}W &= \sum_{i=1 \dots n} (\underline{x}_i^2 + \underline{y}_i^2), \\ W_1 &= \sum_{i=1 \dots n} (\underline{X}_i \cdot \underline{x}_i + \underline{Y}_i \cdot \underline{y}_i), \\ W_2 &= \sum_{i=1 \dots n} (\underline{X}_i \cdot \underline{y}_i - \underline{Y}_i \cdot \underline{x}_i).\end{aligned}$$

Formuły transformacji HELMERTA mają finalnie postać (przekształcenie współrzędnych z układu pierwotnego do wtórnego):

$$\begin{aligned}X' &= X_o + C \cdot \underline{x} + S \cdot \underline{y} \\ Y' &= Y_o + C \cdot \underline{y} - S \cdot \underline{x}\end{aligned} \quad (11.3)$$

gdzie: $\underline{x} = x - x_o$, $\underline{y} = y - y_o$ - współrzędne pierwotne po scentrowaniu.

x, y – współrzędne punktu w układzie pierwotnym, X', Y' – współrzędne punktu po transformacji (w układzie wtórnym). Dla wszystkich punktów dostosowania obliczamy stosowne odchyłki współrzędnych (poprawki do współrzędnych z transformacji):

$$V_{xi} = X_i - X_i', \quad V_{yi} = Y_i - Y_i' \quad (11.4)$$

(i - wskaźnik punktu dostosowania), a w oparciu o nie – błąd transformacji jako średniokwadratową odchyłkę wypadkową punktu

$$\mu_t = [\Sigma (V_{xi}^2 + V_{yi}^2) / f]^{1/2} \quad (11.5)$$

przy czym przyjmujemy $f = n$ (zamiast $f = n - 2$) uznając, że parametr μ_t jest tylko umowną miarą jakości dopasowania (w ujęciu stochastycznym parametr ten byłby wprawdzie pewnym oszacowaniem błędu położenia punktu, ale ocena taka nie jest dostatecznie wiarygodna, gdyż opisane zadanie zakłada uproszczony model stochastyczny dla wielkości, które nie są bezpośrednimi obserwacjami, a ponadto nadwymiarowość układu będzie w praktyce na ogół istotnie ograniczona). Niezależnie od powyższych wątpliwości, odchyłki i błąd transformacji są podstawą do jakiejś oceny poprawności współrzędnych punktów dostosowania w danej klasie sieci. Współczynniki transformacji C , S mają następującą interpretację:

$$C = m \cdot \cos(\alpha), \quad S = m \cdot \sin(\alpha),$$

gdzie:

$$m = (C^2 + S^2)^{1/2} - \text{współczynnik zmiany skali przekształcenia}$$

$$\alpha - \text{kąt skręcenia osi układu współrzędnych.}$$

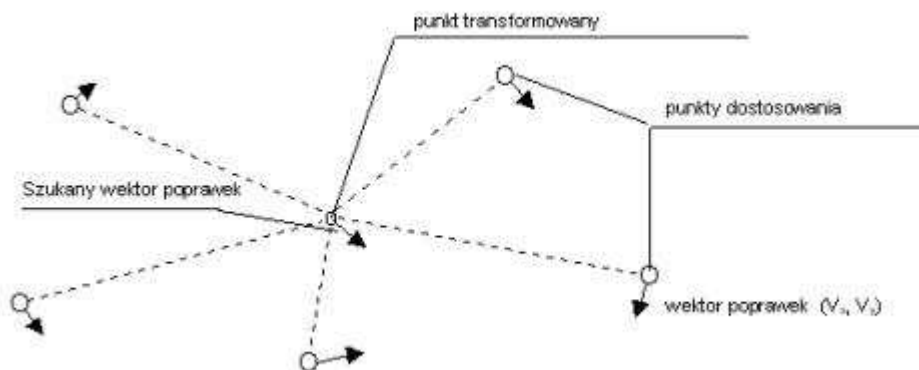
Poprawki Hausbrandta

W wyniku zastosowania wzorów (11.3) wszystkie punkty dostosowania otrzymają nowe współrzędne, które nie muszą się pokrywać z istniejącymi już współrzędnymi katalogowymi tych punktów w układzie „2000” („1992”). Różnice określone wzorami (11.4) są odchyłkami transformacji. Idea poprawek (korekt post-transformacyjnych) HAUSBRANDTA zmierza do wyzerowania odchyłek na punktach dostosowania, przy równoczesnej ich dystrybucji (interpolacji) na wszystkie punkty transformowane. W ujęciu analogowym możemy wyobrazić sobie, że „elastyczna” płaszczyzna z punktami transformowanymi podlega pewnego rodzaju lokalnym rozciąganiom lub kurczeniom, w celu uzyskania wspomnianego efektu zerowych odchyłek na punktach dostosowania. W wyniku tego, każdy z punktów transformowanych „doznaje” również pewnych przesunięć. Poprawki dla współrzędnych dowolnego i-tego punktu transformowanego wylicza się jako średnią ważoną z poprawek na wszystkich punktach dostosowania:

$$v_{xi} = \frac{\Sigma [V_{xk} \cdot (1/d_{ik}^2)]}{\Sigma (1/d_{ik}^2)}, \quad v_{yi} = \frac{\Sigma [V_{yk} \cdot (1/d_{ik}^2)]}{\Sigma (1/d_{ik}^2)} \quad (11.6)$$

(sumowania po $k = 1, 2, \dots, n$; k – wskaźnik punktu dostosowania, n – liczba punktów dostosowania)

gdzie wagi są odwrotnościami kwadratów odległości danego punktu o wskaźniku i (w zbiorze wszystkich punktów transformowanych) od punktu dostosowania o wskaźniku k (w zbiorze punktów dostosowania). Ilustruje to przykładowo rys. 11.1. Długości d_{ik} obliczamy na podstawie współrzędnych pierwotnych. Każdy z punktów transformowanych otrzymuje indywidualne wartości poprawek (dla każdego punktu występuje indywidualny zbiór n odległości od punktów dostosowania, a tym samym – indywidualny zestaw wag). Wielkości poprawek (11.6) dodajemy do współrzędnych po transformacji, czyli do współrzędnych wyznaczonych przy pomocy wzorów (11.3).



Rys. 11.1. Ilustracja do zadania korekty Hausbrandta.

Z postaci wzorów na korekty HAUSBRANDTA wynika, że wartości odpowiednich poprawek są kształtowane głównie przez odchyłki na punktach dostosowania położonych najbliżej punktu transformowanego (wagi dla tych punktów są największe).

Korekty lokalne bez wcześniejszego użycia korekty globalnej jako podejście alternatywne.

Cytowane **Wytyczne Techniczne G-1.10** „traktują” korektę lokalną jako jedyne narzędzie poprawiania transformacji matematycznej $xy65 \Rightarrow xy2000$ (koncepcja tzw. **korekty globalnej** została zrealizowana już po ukazaniu się tych wytycznych). Określają zatem algorytm transformacji w formie następujących przekształceń:

$$xy65' \xrightarrow{\text{(transf. Matematyczna)}} xy2000' \xrightarrow{\text{(korekta lokalna)}} xy2000 \quad (11.7)$$

Przy zastosowaniu zarówno korekty globalnej jak i lokalnej algorytm transformacji ma postać:

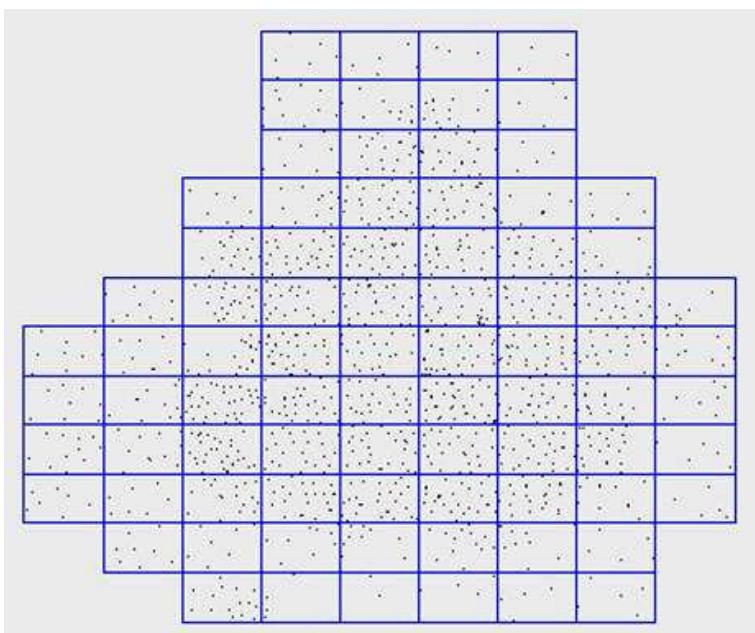
$$Xy65' \xrightarrow{\text{(korekta globalna)}} xy65 \xrightarrow{\text{(transf. Matematyczna)}} xy2000'' \xrightarrow{\text{(korekta lokalna)}} xy2000 \quad (11.8)$$

Różnice pomiędzy powyższymi algorytmami mogą mieć wymierne znaczenie jakościowe. Współrzędne $xy2000'$ (uzyskane bez korekty globalnej) są na ogół obarczone istotnym błędem systematycznym, pochodzącym z układu „1965”. Efekt ich „poprawienia” samą korektą lokalną może być ograniczony przez model transformacji HELMERTA (warunek liniowości), nie uwzględniający ewentualnej nieliniowej części deformacji strefy układu „1965” (to zależy oczywiście od wielkości obszaru zawierającego punkty transformowane). Algorytm (11.8), uwzględniający na początku korektę globalną prowadzi do współrzędnych $xy2000''$, bliskich ostatecznemu rozwiązaniu (w sensie poczynionych wcześniej analiz), nie posiadających już istotnego komponentu błędu systematycznego.

Przykłady transformacji osnów III klasy z obszaru powiatu ciechanowskiego

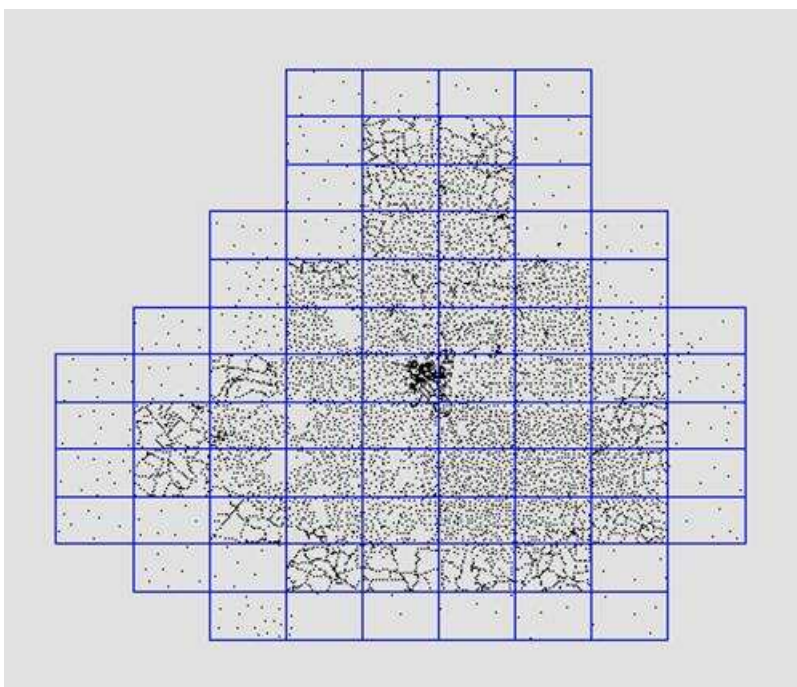
Rys. 11.2 ilustruje powierzchniowy rozkład punktów **I+Is+II klasy**, przyjętych jako zbiór punktów dostosowania do transformacji osnowy III klasy **powiatu ciechanowskiego**. W tle uwidoczniono również układ arkuszy sekcyjnych 1:10000 (układu „1965”). Analogicznie, rys. 11.3 przedstawia powierzchniowy rozkład punktów transformowanych osnowy poziomej **III klasy**, obejmującej też punkty poza granicami powiatu ale mieszczących się w polach arkuszy sekcyjnych 1:10000 na granicach powiatu. Układ punktów dostosowania obejmuje jednak obszar nieco większy, sięgający poza granice administracyjne powiatu, co najmniej na szerokość jednego arkusza. Wymagają tego względy poprawnej transformacji (por. **Wytyczne Techniczne G-1.10**). Liczba i gęstość punktów dostosowania umożliwiają w pełni poprawne wykonanie zadania, przy czym ze względu na wielkość obszaru, wykraczającego poza typowy obiekt pomiaru lub opracowania sieci geodezyjnej, do wykonania zadania zastosowano algorytm (11.8), tj. z uwzględnieniem korekty globalnej strefy 2 układu „1965”. Przeprowadzone testy alternatywne – według algorytmu (11.7), (bez użycia korekt globalnych) wykazały, że finalne poprawki HAUSBRANDTA przyjmują wtedy wartości przeciętnie większe, sugerując istnienie pewnych pozostałości błędu systematycznego.

**ROZKŁAD PUNKTÓW DOSTOSOWANIA (klasy I + Is + II) DLA TRANSFORMACJI
1965/2 ⇔ 2000/21. Liczba punktów dostosowania: 1418**



Rys. 11.2

**OBRAZ PUNKTÓW TRANSFORMOWANYCH – osnowy poziomej III klasy
Liczba punktów transformowanych: 6883**

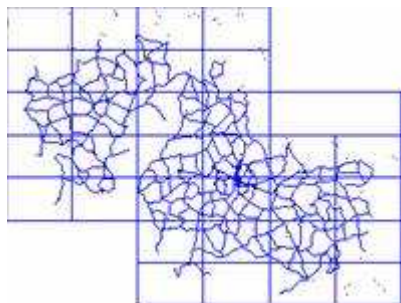


Rys.11.3

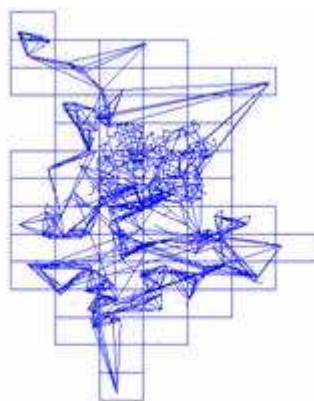
Wyciąg z protokołu wykonania korekty lokalnej (transformacji HELMERTA) dla osnowy poziomej III klasy powiatu ciechanowskiego:

```
-----
TRANSFORMACJA PŁASKA-KONFOREMNA W SYSTEMIE <GEONET_w>
STOPIEŃ TRANSFORMACJI: 1
CHARAKTERYSTYKA ZBIORÓW DANYCH:
Liczba punktów zbioru pierwotnego = 8297
Liczba punktów zbioru wtórnego = 1422
Liczba punktów łącznych(wspólnych)= 1418
Rozciągłość obszaru zbioru punktów łącznych:
  Xmin = 5833197.29  Xmax = 5892700.46 [m]
  Ymin = 7435150.05  Ymax = 7506565.97 [m]
  Rmax = 39944.89 [m] (promień maksymalny)
  Rsr. = 19391.01 [m] (" średniokwadratowy)
PARAMETRY TRANSFORMACJI:
s := 2.50338654937161E-0005; {skala normująca}
{ Parametry przesunięcia (współrzędne środków ciężkości): }
xs1:= 5858976.97272; ys1:= 7472216.47131; {układ pierwotny}
xs2:= 5858976.97147; ys2:= 7472216.47346; {układ wtórny}
{ Współczynniki wielomianu zespolonego i błędy srednie: }
a[0]:= 1.33966539815327E-0012;
b[0]:= 1.15413084648390E-0012;
a[1]:= 3.99458888054452E+0004;
b[1]:= -1.49043729445517E-0002;
{ Wzory transformacyjne (wielomian zespolony stopnia n):
  W = c[0] + z*(c[1]+ z*(c[2]+ z*(c[3]+ ..+ z*(c[n-1]+ z*c[n])..))
  c[i]= (a[i], b[i]) - współczynniki zespolone, i=0,1,2,...
  z = (u,v) - argument zespolony, u = (x1-xs1)*s, v=(y1-ys1)*s
  x1,y1 - współrzędne w układzie pierwotnym, s - skala normująca
  W = (x2-xs2, y2-ys2); x2,y2 - współrzędne wynikowe }
Sredniokwadratowe odchyłki współrzędnych:
dxs = 0.0304 dys = 0.0258
Ilość elementów nadwymiarowych układu lu = 2832
Błąd średni jednostkowy (błąd transformacji) mo = 0.0282
-----
```

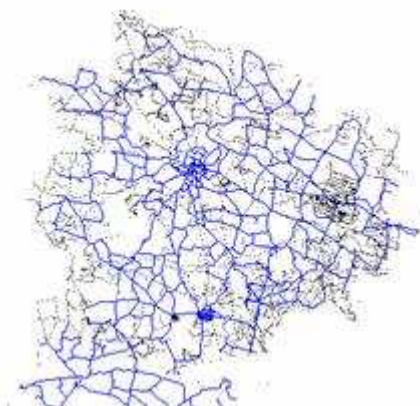
12. Przykłady osnów poziomych wyrównanych metodą ścisłą w układzie „2000” lub „1992” (wykonawca: ALGOIRES-SOFT)



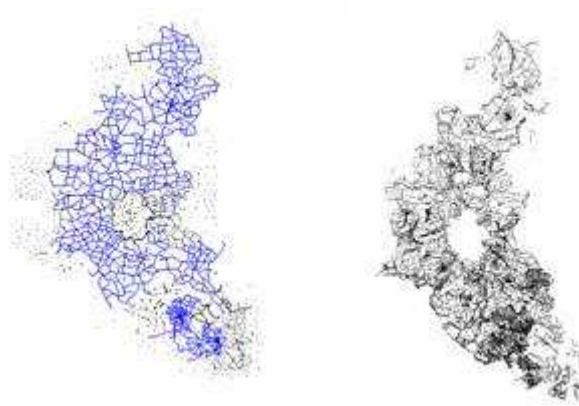
Powiat nowomiejski- pozioma osnowa III klasy powstała z połączenia obserwacji GPS z siecią klasyczną. Wyrównanie w układzie „1992” i transformowana matematycznie do układu „2000”
Liczba punktów sieci: **3406**. Przec. **Mp = 0.035m**



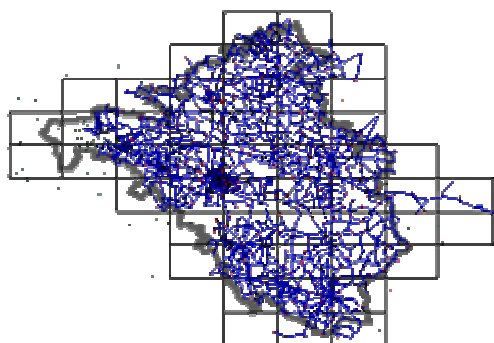
Powiat gorlicki – nowoczesna osnowa pozioma III klasy oparta głównie o nowe obserwacje GPS. Wyrównanie sieci zintegrowanej w układzie „2000”. Przeciętnie **Mp=0.012m**



Powiat sierpecki – pozioma osnowa III klasy (**3952** punktów) jako jednolita sieć utworzona z obserwacji archiwalnych. Przeciętnie **Mp = 0.028m**, maksymalnie 0.08m



Powiat rzeszowski - osnowa pozioma III klasy (**6546** punktów) jako sieć zintegrowana z sieci klasycznej i sieci wektorowej GPS, wyrównana w układzie „2000”. Przeciętny błąd położenia punktu **Mp = 0.024m**, max. 0.07m
Osnowa pomiarowa (ok. **24000** punktów), transformowana do układu „2000” z użyciem optymalnych korekt globalnych i lokalnych układu „1965”



Powiat miński – osnowa pozioma III klasy (**9300** punktów) jako sieć zintegrowana z obserwacji klasycznych i podsieci GPS
Przeciętnie **Mp = 0.037m**, maksymalnie 0.10 m



Powiat siedlecki – pozioma osnowa III klasy (**9450** punktów) jako sieć utworzona wyłącznie z obserwacji archiwalnych wyrównana ściśle w układzie „2000”. Przeciętnie **Mp = 0.038m** maksymalnie 0.10m